

*Szolnoki Tudományos Közlemények XII.  
Szolnok, 2008.*

FAZEKAS TAMÁS<sup>1</sup>

## **AZ „ÚJ” MAKROÖKONÓMIA – AVAGY A REÁL ÜZLETI CIKLUSOK (RBC) MODELLJÉNEK KÉT ALKALMAZÁSA: TECHNOLÓGIAI- ÉS FOSKÁLIS SOKK VIZSGÁLATA**

### **KIVONAT**

Ebben a tanulmányban az újabb makroökonómiai irányzatok közül a reál üzleti ciklusok (RBC) modelljét mutatom be, két egyszerű alkalmazáson keresztül. A cikk részletesen bemutatja ezen modellezési technika létrejöttét, elméleti háttérét, valamint azt hogy az RBC modellek mennyiben jelentenek előrelépést a hagyományos makroökonómiai struktúrákhoz képest. Ismertetem a megoldás módszertani – technikai részleteit is, megmutatva egy lecsengő technológiai változás és a kormányzati kiadásokban bekövetkező egyszeri időbeli növekedés (sokk) hatását a modellgazdaság fontosabb endogén változóira. A tanulmány kedvcsináló, kifejezett célja, hogy képet adjon azon folyamatokról, amelyek az utóbbi két évtizedben gyökeresen átformálták a makroökonómia szemléletmódját, valamint az általa alkalmazott módszertant (mikroökonómiai megalapozottság, várakozások kezelése, dinamika explicit megjelenése).

### **1. BEVEZETÉS**

A makroökonómia az elméleti közgazdaságtannak az a területe, ahol megfigyelésekkel, mérésekkel, azokat felhasználva általános elvek megfogalmazásával, elméletet alkot a valóságban végbemenő nemzetgazdasági szintű folyamatok alakulására vonatkozóan, részterületek egy rendszerben való áttekintésével. Empirikus tudományról lévén szó, különféle adatok, aggregátumok (például: GDP, fogyasztás, beruházás stb.) időbeli alakulását (azaz azok idősorait) vizsgálja, amelyekből ún. stilizált tényeket azonosít, majd ezek alapján különféle elméleteket fogalmaz meg. Ennek érdekében kisebb - nagyobb, egyszerűbb - bonyolultabb modelleket épít, melyekkel segíti a gazdaságpolitikai döntéshozatalt (előrejelzés a jövőre vonatkozó gazdasági folyamatokról), valamint a különböző gazdaságpolitikai alternatívák közötti választást (szimulációs vizsgálatok, hatástanulmányok).

---

<sup>1</sup> Szolnoki Főiskola – Üzleti Fakultás, Közgazdasági – Pénzügyi Tanszék (fazekast@szolf.hu)

A makroökonómia tudományában az elmúlt néhány évtized alatt óriási, robbanásszerű változások mentek végbe, mint az elmélet, mind annak alkalmazási területein. Ebben a tanulmányban az „új” makroökonómia egyik meghatározó irányzatával, az üzleti ciklusok okait kutató és elemző modellel, az ún. RBC-vel (*real business cycles*) és annak két alkalmazásával foglalkozom.

A dolgozat felépítése a következő: az első részben, egy rövid elmélettörténeti visszatekintésben összefoglalom a makroökonómia főáramához tartozó irányzatok által alkalmazott modellezési elvek és eljárások időbeli fejlődését, azok kapcsolatát és egymásra hatását. A második szakaszban a reál üzleti ciklus modell (RBC) segítségével szemügyre veszem, hogy miként hat a technológiai sokk és a fiskális politikában bekövetkező változás egy mesterséges nemzetgazdaság működésére, annak fontosabb endogén változóira, s ezek az eredmények mennyire felelnek meg a valóságban megfigyelhető idősoroknak. A tanulmányt rövid összefoglaló zárja.

## 1.1. VISSZATEKINTÉS

Az üzleti ciklusokat előidéző erők a makroökonómiai kutatások egyik kulcsfontosságú területe. Az elmélet és az általa alkalmazott modellezési technika a nyolcvanas évek elején született, alapvetően az újklasszikus makroökonómia talaján<sup>2</sup>. A makroökonómiával foglalkozó közgazdászokat régóta foglalkoztatja – többek között – az a kérdés: miért tapasztalható a nemzetgazdaságokban a kibocsátás hosszú távú trendje körül rövid távon, szabályos időközönként ismétlődő ingadozás: miért vannak recessziók és fellendülések, azaz miért vannak üzleti ciklusok?

A ciklusokkal kapcsolatos vizsgálatok azonban már 20. század '30-as éveitől kezdve, amikor az ún. „ciklus - kutatási program” elindult, az érdeklődés középpontjába kerültek. Ebben a kezdeti korszakban csupán megfigyelték és rögzítették az adatokat, de azok részletes elemzését, maguknak a tényeknek az azonosítását még nem tekintették fontosnak, illetve a szükséges statisztikai - ökonometriai háttér és módszertan hiányában ez nem is lett volna lehetséges. Mindezek ellenére két „szemmel is látható” tényt rögzítettek: a GDP időben, hosszú távon növekszik (a GDP - nek van egy trendje, időben állandó komponense, amihez mindig tart), illetve rövid távon ingadozik (azaz léteznek üzleti ciklusok: a fellendülések és a recessziók szabályosan követik egymást). A „ciklus - kutatási program” az 1929/33-as Nagy Válságot és J. M. Keynes fellépését követően hosszú időre, nagyjából az 1980-as évek elejéig háttérbe szorult. Keynes elődeivel (őket klasszikus - neoklasszikus iskola közgazdászainak is nevezik) ellentétben már tisztán makroökonómiai kérdésekkel foglalkozott, a változók hosszú távú vizsgálata helyett („Hosszú távon mind halottak vagyunk”) a rövid távú folyamatokra koncentrált. Elméletének alapjai: a piacok nem tökéletesek, munkapiaci tökéletlenségek, ármereségek vannak jelen a gazdaságban, s így az egyensúlyi állapot mindenképpen instabil, s a stabilitás megteremtése és az elégtelen kereslet csökkentése magában hordozza, hogy szükséges egy külső szereplő – az állam - aktív jelenléte a gazdaságban. A keynesi elmélet és annak követői inkább a fiskális politikát javasolták, mellyel a gazdaságot finomhangolva megszüntethetők a károsnak ítélt kilengések,

---

<sup>2</sup>Az újklasszikusok elmélete a neoklasszikus hagyományokhoz visszakanyarodva, a monetarista elmélet hiányosságaira és nyitva hagyott kérdéseire keresi a választ. A korábbiakhoz képest a legjelentősebb újítás, a Lucas-kritika nyomán a racionális várakozások hipotézisének bevezetése, továbbá a modellek mikroökonómiai megalapozása mellett a dinamikus optimalizálási módszerek (ún. rekurzív eljárások) elterjedése a makroökonómiában.

ingadozások. A monetáris eszközöket háttérbe szorították, arra hivatkozva, hogy a beruházások és a pénzkereslet kamatérzékenysége bizonytalan, előre nem látható, nem határozható meg pontosan.

A fentiekben elmondottakból kitűnik, hogy ebben az időszakban a modellezési technikában is egyfajta kettősség vált uralkodóvá: létezett egy statikus keynesi - modellnek nevezett rendszer, amely csupán a rövid távú ingadozásokra koncentrált és vele szinte teljesen párhuzamosan a klasszikus - neoklasszikus modell, amelyben azt vizsgálták, hogy egy nemzetgazdaság egy adott egyensúlyi állapotból, egy másik stacioner állapotba miként jut el, figyelmen kívül hagyva a két állapot közötti átmenetet, a dinamikát. A kétféle modell, a két, egymással szögesen szemben álló irányzat és képviselői semmiféle kapcsolatot és összefüggést nem kívántak (vagy talán nem is akartak) felfedezni a gazdaság hosszú- és rövid távú működése között. A két irányzat által létrehozott modell logikája szerint a neoklasszikus versenyzői egyensúlyi elmélet helyesen írja le a gazdaság működését hosszú távon (ekkor az árak- és a bérek rugalmasak), viszont rövid távon (ekkor az árak- és a bérek „ragadósak”) a keynesi tanok érvényesek. Azt gondolták, hogy a gazdaságnak van egy hosszú távú, kínálatvezérelt modellje: a technológia és a rendelkezésre álló termelési tényezők adottak és hozzájuk csak egy output szint rendelhető (az ún. potenciális kibocsátás), így ebben a helyzetben az aggregált kereslet ingadozásai nem befolyásolják a kibocsátás szintjét, az árszínvonal nem hat az aggregált kínálat nagyságára. Rövid időtávon viszont a piaci tökéletlenségek (az árragadósság mellett például a verseny nem tökéletes jellege, az információs aszimmetria) befolyásolják az ágensek piaci magatartását. Az aggregált kereslet növekedése által indukált árszintemelkedés átmenetileg tényleges vagy vélt relatív árváltozásokhoz vezet, s ez az aggregált kínálat növekedésében csapódik le. Ennek hatására az aggregált kereslet ért exogén sokkok árszint- és output ingadozásokhoz vezet.

A fentieknél jóval precízebb választ F. Kydland és az E. Prescott adta meg, ugyanis ők ketten voltak azok, akik kutatásaikért, a dinamikus makroökonómia terén elért eredményeikért, illetve az üzleti ciklusok hajtóerőinek a vizsgálatáért megkapták a 2004. évi Közgazdasági Nobel - díjat. Míg korábban az elmélet jobbjára csak a keresleti hatásokkal foglalkozott, megmutatták [Kydland - Prescott, 1982], hogy a kínálati oldalon jelentkező sokkoknak is jelentős hatásuk lehet. Összefoglalva modelljük lényegét [Kydland - Prescott, 2004, Prescott, 2004]: létezik a hosszú távú folyamatokat megragadó növekedés elmélet és rövid távon az ingadozások okait magyarázó cikluselmélet. Az általuk létrehozott ún. RBC modell e két, a növekedés- és cikluselmélet összefoglalását jelenti. Az RBC egy egyensúlyi ciklusmodell, amelyben, ha az egyes makrováltozók időbeli pályája megváltozik valamilyen exogén sztochasztikus sokkhatás következtében, akkor ennek ellenére a változók mindvégig az ágensek optimalizáló - intertemporális és intratemporális – döntésinek megfelelően alakulnak. Az RBC reálmodell, a sokkok reálsokkok: a valóságban megfigyelt ingadozások a technológiában, a termelékenységben, a fogyasztói preferenciákban (szokásokban, ízlésvilágban) valamint a fiskális politikában bekövetkező sokkhatásoknak köszönhető. A nominális változóknak, a pénzmennyiségben bekövetkező változásoknak nincs, vagy csak nagyon minimális hatásuk van. Az ilyen modellekben a pénz hosszú távon semleges, és bizonyos feltevések mellett szupersemleges is, a monetáris politika végeredményben teljesen hatástalan, nem képes dinamizálni a gazdaságot. Az általuk kidolgozott modell jelentősége ugyanakkor tagadhatatlan: a különféle sokkhatások által indukált fluktuációk közelebb hozták a GDP, a fogyasztás, a beruházások és más fontosabb aggregátumok ingadozásait a valóságban mért értékekhez.

Mindezek ellenére felmerült több probléma: az RBC modell tökéletesen versenyző piacokat és tökéletesen flexibilis ár- és bérrendszert feltételez, s ezáltal a monetáris politikai beavatkozások hatásainak elemzésre és döntések előkészítéséhez szükséges szimulációk futtatására nem alkalmazható. Szükségessé vált a rendszer ilyen irányban történő továbbfejlesztése, módosítása. Ez volt az a pillanat - a kilencvenes évek eleje - amikor a keynesi elveket továbbra is magukénak vallók, az ún. újkeynesiánus közgazdászok reagáltak az újklasszikusok „Keynes - kritikájára”, akik az eredeti keynesi megállapítások talaján, azokat újra gondolva, az újklasszikus téziseket is figyelembe véve (azok közül bizonyos pontokat elfogadva) fejtették ki elméletüket. Az újklasszikus alapfeltevések közül az ár- és beralakulás rugalmasságára vonatkozó tételt, összhangban a hagyományos keynesi felfogással elutasítják, szerintük az árak és a bérek rövid távon ragadósak, azaz a nemzetgazdaságokban lassú ár- és béralkalmazkodás tapasztalható. Fontos különbség még, hogy a tökéletesen versenyző vállalati szektor helyett, monopolisztikusan versenyző ágenseket építettek be a modellbe. Ez két olyan alapvető fontosságú módosítás, amely gyökeresen átalakította a monetáris- és részben a fiskális politika hatásmechanizmusáról vallott, eddig általánosan elterjedt nézeteket. Ha nincs árragadósság, akkor az árak azonnali alkalmazkodása mentesíti a modellt a reálhatásoktól, ha azonban nincs monopolisztikusan versenyző vállalati szektor, akkor a vállalatok árelfogadó magatartást követnének ármeghatározó helyett, s így nem lenne indokolható az árragadósság feltevése. A makroökonómiai modellek mikroalapról való felépítésének elvében, valamint a racionális várakozások hipotézisének alkalmazásában teljesen egyetértenek az üzleti ciklus modellek megalkotóival.

Fenti rövid elmélet-történeti visszatekintésünk végére érve elmondhatjuk, hogy napjaink makroökonómiai elméletében együtt jelennek meg a keynesi és a neoklasszikus (újklasszikus/RBC) tanok. Ezzel egy mikroökonómiai alapokon nyugvó, piaci tökéletlenségekkel (nominális- és reálmerevségekkel, monopolisztikus versennyel) kiegészített dinamikus, sztochasztikus, általános egyensúlyelméleti modell (DSGE, *dynamic stochastic general equilibrium model*) segítségével most már jobban tudjuk magyarázni a gazdaságpolitikai beavatkozások hatásmechanizmusát, de már nem a korábbi hagyományos keretben, hanem új, elméletileg jobban megalapozott, konzisztens rendszerben. Ezt a keretet az „új neoklasszikus szintézis” modelljének, vagy Galí [2001] nyomán új keynesi modellnek nevezzük.

A továbbiakban az RBC modellről, annak elméleti előzményeiről lesz szó, majd a cikk hátralévő részében egy konkrét modell kerül bemutatásra, amely azt fogjuk vizsgálni, miként hat a rendszerre a technológiai- és a fiskális sokk.

## 1.2. AZ RBC MODELLEK ELMÉLETI HÁTTERÉRŐL

Az elméleti háttér tárgyalásához vissza kell tekinteni az időben, addig a pontig, amikor megszületett a neoklasszikus és a „keynesi” tanokat kibékítő és egyesítő elmélet, az ún. szintézis modell. A szintézis modell logikája szerint a neoklasszikus versenyzői egyensúlyi elmélet helyesen írja le a gazdaság működését hosszú távon (az árak- és a bérek rugalmasak), viszont rövid távon (az árak- és a bérek „ragadósak”) a „keynesi” feltevések érvényesek. Azt gondolták, hogy a gazdaságnak van egy hosszú távú, kínálatvezérelt modellje: a technológia és a termelési tényezők adottak és hozzájuk csak egy output szint rendelhető, így ebben a helyzetben az aggregált kereslet ingadozásai nem befolyásolják a kibocsátás szintjét, az árszínvonal nem hat a kínálat nagyságára. Rövid távon viszont a piaci tökéletlenségek befolyásolják az ágensek piaci magatartását. Az

aggregált kereslet növekedése által indukált árszintemelkedés átmenetileg tényleges vagy vélt relatív árváltozásokat okoz, s ez a kínálat növekedését idézi elő. Ennek hatására a keresletet ért exogén sokkok árszint- és output-ingadozásokhoz vezetnek.

**Összefoglalva:** létezik tehát a hosszú távú folyamatokat megragadó növekedés elmélet és rövid távon az ingadozások okait magyarázó cikluselmélet. Az RBC e két, a növekedés- és cikluselmélet összefoglalását jelenti, lényegében egy egyensúlyi ciklusmodell, azaz, ha a makrováltozók pályája megváltozik valamilyen külső (sztochasztikus) sokk következtében, akkor közben a változók mindvégig az ágensek optimalizáló döntésinek megfelelően alakulnak.

Az RBC modellezési technika kialakulását nagyban segítette – a szintézis elmélet mellett, időben szinte párhuzamosan – az ötvenes években megszületett Walras általános egyensúlyi modelljének modern, Arrow-Debreu-féle matematikai formája és az egyensúly létezésnek bizonyítása. Ezzel szinte majdnem egy időben a gazdasági növekedés alapmodelljének Solow által kidolgozott formája is bevonult a makroökonómiába. Az egyensúlyelméleti modell ugyan statikus volt, a növekedési modell dinamikus, mégsem magyarázták a rövid távú ciklusokat, bár hozzájárulásuk az RBC-hez mégis tagadhatatlan. További fontos eredmény a növekedési modell sztochasztikus környezetben való megoldásának levezetése, hiszen ez a ciklusmodell alapja.

A Solow-modell [Solow, 1956] a hosszú távú gazdasági növekedés jelenségét vizsgálja, eredeti formájában nincs benne ideiglenesen tökéletlen piaci alkalmazkodás, monetáris szektor híján a nominális merevségek léte is kizárt, ezért a modell a fent használt értelemben teljesen kínálatvezérelt. A modell szerint a gazdaság növekedése három tényezőből vezethető le: a munka- és tőkeállomány növekedéséből, illetve a technológiai haladásból. A munkakínálatot és annak növekedési ütemét exogénnek tekintik, valamint olyan tőkefelhalmozási folyamatot ír le, amely szerint a gazdasági szereplők mindig az adott időszaki jövedelem egy bizonyos konstans (szintén exogén) hányadát kívánják a tőkeállomány bővítésére fordítani (azaz lényegében megtakarítani). Legfontosabb következtetése: a gazdaság egy egyensúlyi növekedési pálya felé konvergál, amely mentén a kibocsátás, a tőkeállomány és a hatékonysági egység ugyanolyan ütemben növekszik. A

Solow-modell egyfajta kiterjesztésének tekinthetjük a Ramsey-modellt [Ramsey, 1928, mai formája Romer, 2000] – amely ugyan időben korábban született – abban az értelemben, hogy mikroökonómiailag megalapozott: egyrészt az exogén megtakarítási rátát endogenizálja: a haszonmaximalizáló fogyasztó dönt arról, hogy jövedelmének mekkora részét kívánja megtakarítani. A következő lépés volt a munkakínálati döntés fogyasztói haszonmaximalizálás folyamatába illesztése. Ez már az RBC modellek standard eljárása.

Az RBC technika a fenti két növekedési modellre alapozva arra tett kísérletet, hogy a Solow-illetve a Ramsey-féle optimális növekedési modell sztochasztikus változatának, általános egyensúlyelméleti keretek közt vett megoldását üzletciklus-szerű idősorok generálására használja. Ezek ún. szimulált idősorok, amelyek segítségével ellenőrizhető, hogy a modell mennyire illeszkedik a valós idősorokhoz és az azok háttérében lévő stilizált tényekhez. Az alapötlet onnan származik, hogy a Solow modellben a technológiai haladás exogén, ami a kibocsátás változásából a munka és tőke változása által nem megmagyarázott rész. Ez az ún. Solow-féle maradék (vagy TFP: teljes tényező-termelékenység, *total factor productivity*), amely a technológia szintjében beállt változásokat mutatja. Megfigyelték, hogy a változások nem egyenletesek, hanem inkább sokkszerűek: egy bizonyos várható érték körül szóródnak. Ezt kumulálva egy autoregresszív,



véletlen bolyongás vagy sztochasztikus trendszerű folyamatot kapunk. Innen már adódik az általános egyensúlyelmélet eredményeinek kiterjesztése: a kompetitív egyensúly folyton változik és nem is egyenletesen, hanem ahogy a technológia szintje változik a reziduumnak megfelelően. Ha a technika fejlődését ténylegesen is egy sztochasztikus trenddel írjuk le, akkor a versenyzői gazdaság végtelen időhorizonton optimalizáló szereplői által meghozott optimális fogyasztási-felhalmozási és időtöltési döntések a gazdaságnak egy olyan pályáját jelölik ki, amely rendkívül hasonló az empirikusan megfigyelhető, üzleti ciklus jelenséget mutató gazdaságokéhoz.

A reál üzleti ciklusok elnevezésben található reál kifejezés arra utal, hogy a ciklusokat okozó tényezőket a gazdaság reálváltozóit ért sokkokban kell keresni, nem pedig a pénzben mért monetáris változók reálváltozókra gyakorolt hatásában. Az RBC modellekben a jövedelem szint ingadozása a technológiai újítások, hatékonyabb technológia alkalmazásának következménye. Ezek exogén, véletlenszerű sokkok, amely eltérítik a potenciális szinttől a mindenkori jövedelmet. Ez a magyarázata annak, hogy a jövedelem évről-évre ingadozó alakulást tükröző idősorok alakjukat a véletlennek köszönhetik. A különféle sokkok hatása a tőkefelhalmozási folyamaton keresztül terjed tovább a gazdaságban, de fontos megjegyezni: az ingadozások nem piaci tökéletlenségek, hanem a gazdasági szereplők által a sokkokra adott optimális, hatékony válaszainak következményei.

A gazdaságban tapasztalható fluktuációkat azonban nem csak a technológiában bekövetkezett változások okozhatják, hanem egyéb más tényezők is figyelembe vehetők a modellépítés során. Csak azt kell pontosan meghatározni, hogy mi a vizsgálat tulajdonképpeni célja, mely állítás helyességét (stilizált tény) szeretnénk bizonyítani. Így a modellben számolni lehet a kormányzat és a bankszektor működésével, illetve a fogyasztó ízlés (preferencia) változásának reálhatásaival is. A nominális változóknak, a pénzmennyiségben bekövetkező változásoknak nincs, vagy csak nagyon minimális hatásuk van. Az ilyen modellekben a pénz hosszú távon semleges, és bizonyos feltevések mellett szupersemleges: a monetáris politika végeredményben teljesen hatástalan, nem képes dinamizálni a gazdaságot. Éppen ezért a monetáris hatóság problémáját figyelmen kívül hagyhatjuk.

## 2. A MODELL

Az RBC modellek megoldásának szokásos menete a következő:

1. Definiáljuk a modellbeli szereplőket, megadjuk céljaikat és korlátjaikat, majd ezen keretek között származtatható optimális viselkedésüket, azaz a keresleti- és kínálati függvényeket.
2. Meghatározzuk a piaci egyensúlyfeltételeket, vagyis azt, hogy a mikroszintű szereplők számára adott árak hogyan teremtik meg az egyéni döntések összhangját a nemzetgazdaság különböző piacain.
3. Megadjuk a gazdaság endogén változóinak viselkedését leíró várakozásos differencia-egyenletrendszert a hosszú távú állandósult állapotban. Ez a modell fix pontja.
4. A megoldhatóság érdekében a rendszert leíró egyenleteket loglinearizálni kell, így a modell rekurzív formája egy mátrix - egyenletrendszerként adódik, amely valamely számítógépes algoritmus segítségével már könnyedén megoldható.

5. Az utolsó lépésben következik az eredmények értékelése. Ennek eszköze az ún. impulzus - válasz függvények vizsgálata. Segítségükkel ellenőrizhető, hogy a modell mennyiben felel meg a stilizált tényeknek.

A következőkben vegyük sorra az egyes lépéseket!

## 2.1. SZEREPLŐK ÉS MAGATARTÁSUK

**Fogyasztó.** A fogyasztó most nem a fogyasztást ( $c_t$ ) tartja hasznosnak, hanem az előző időszaki fogyasztási szinttől ( $c_{t-1}$ ) való eltávolodást [Fuhrer, 2000]. Legyen ennek nagysága  $h_t \equiv c_t - bc_{t-1}$ , ahol  $b$  egynél kisebb konstans. Minél nagyobb  $b$  értéke (minél erőteljesebbek a fogyasztó szokások), annál kisebb lesz a fogyasztás állandósult állapotbeli értéktől való eltérése, s annál perzisztensebb lesz a fogyasztás. A fogyasztói szokások beillesztése simaságot kölcsönöz a fogyasztási pályának, mentesíti azt a túlzottan nagy kilengésektől. A fogyasztó így az előző időszaki fogyasztási szinttől való eltávolodásból, valamint a szabadidőből ( $l_t$ ) eredő várható hasznosságának szubjektív diszkontált értékét maximalizálja:<sup>3</sup>

$$E_0 \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left( \frac{h_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Psi \frac{l_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right) \quad (1)$$

Tudjuk, hogy a rendszerben a reprezentatív fogyasztó vagyonfelhalmozásból  $((1+r_t)b_t)$ , illetve abból szerez jövedelmet, hogy a rendelkezésére álló tőkét ( $k_t$ ) és munkaerőt megfelelő bér ( $w_t$ ), illetve bérleti díj ( $r_t^K$ ) ellenében a vállalat rendelkezésére bocsátja. E jövedelmet fogyasztásra, beruházásra ( $i_t$ ), adófizetésre ( $t_t$ ), valamint vagyoneszközök vásárlására ( $b_{t+1}$ ) fordítja. Ennek megfelelően a  $t$ -edik periódusbeli költségvetési korlátja az alábbi alakot ölti:

$$w_t l_t + r_t^K k_t + (1+r_t)b_t = c_t + i_t + b_{t+1} + t_t \quad (2)$$

A tőkefelhalmozási szabály:

$$i_t \left( 1 - S \left( \frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \right) = k_{t+1} - (1-\delta)k_t \quad (3)$$

azaz a beruházási tevékenység magában foglal egy igazodási (vagy alkalmazkodási) költséget, amelyet az  $S(\cdot)$  függvénnyel kívánunk megjeleníteni. A megoldáshoz meg kell adni ezen függvény állandósult állapotbeli jellemzőit, mely szerint  $S(1) = S'(1) = 0$ , valamint  $S''(1) < 0$ .

A fogyasztó problémája, hogy kiválassza a fogyasztás, a tőkeállomány és a munkakínálat azon pályáját, amely mellett életpályája várt hasznossága (1), a költségvetési korlátot (2) és a

<sup>3</sup> A hasznossági függvényre a szokásos feltevések érvényesek: mindkét tényezőben szigorúan monoton növekvő, konkáv, folytonosan differenciálható és additívan szeparábilis. A hasznossági függvény az egyes időpontbeli fogyasztási és szabadidő értékek hasznossági indexeit összegzi úgy, hogy a jövőbeli fogyasztás és a szabadidő hasznosságát azok jelenbeli hasznosságához képest egy konstans tényezővel - ez a  $\beta$  paraméter - leértékeli. A  $\beta$  azt mutatja, hogy a fogyasztó szubjektíve milyen mértékben értékeli kevesebbre a jövőbeli fogyasztás és a szabadidő hasznosságát azok jelenbeli hasznosságánál, azaz a fogyasztó időpreferenciájának mérőszáma.

tőkefelhalmozási szabályt (3) figyelembe véve maximális. A háztartási szektor viselkedését az optimalizálási feladat elsőrendű feltételeiből nyert összefüggések jellemzik:<sup>4</sup>

- A fogyasztó intertemporális optimalizálását leíró elsőrendű feltétel, az Euler-egyenlet:

$$\beta E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (1 + r_{t+1}) = 1 \quad (4)$$

Az Euler - egyenlet intertemporális helyettesítés a  $t$ -edik és a  $t+1$ -edik időszak között. A fogyasztó addig helyettesíti az aktuális fogyasztást és a jövőbeli fogyasztást egymással, amíg az aktuális fogyasztás határhaszna meg nem egyezik a jövőbeli várható fogyasztás várt határhasznával.

- A fogyasztó optimális befektetési politikáját leíró portfólió-választási egyenlet (mely determinisztikus formában egy arbitrázs-mentességi feltétel):

$$\beta E_t \lambda_{t+1} r_{t+1}^K + \mu_{t+1} (1 - \delta) = \mu_t \quad (5)$$

A portfólió-választási egyenlet azt mutatja, hogy egyensúlyban a fizikai tőkébe való befektetés hozama és a kötvény hozama nem térhet el egymástól.

- Beruházási dinamikát leíró összefüggés:

$$\beta E_t \mu_{t+1} S' \left( \frac{i_{t+1}}{i_t} \right)^2 + \mu_t \left( 1 - S - \frac{i_t}{i_{t-1}} S' \right) = \lambda_t \quad (6)$$

A beruházási dinamikát kifejező egyenlet a beruházási pályát adja meg, figyelembe véve a beruházási tevékenységhez kapcsolódó alkalmazkodási költséget, amely a beruházás növekedését pótlólagos költséggel terheli. Egy pozitív technológiai vagy fiskális sokk eredményeként a beruházásra ösztönző tényezők hatása nem lesz olyan jelentős mértékű, s így a beruházás kilengése visszafogottabbá válik, s így jobban közelíti az empirikus eredményeket.

- A fogyasztó intratemporalis optimalizálási feltétele (implicit munkakínálati összefüggés):

$$\Psi \frac{l_t^\eta}{c_t^{-\sigma}} = w_t \quad (7)$$

A munkakínálati függvény intratemporalis helyettesítés a szabadidő és a fogyasztás között. A fogyasztó addig helyettesíti egymással a szabadidőt és a fogyasztást, amíg a szabadidő határhaszna ( $\Psi l_t^\eta$ ) meg nem egyezik a fogyasztás határhasznával ( $w_t c_t^{-\sigma}$ ).

Az Euler egyenlet (4), a portfólió-választási egyenlet (5), a beruházási dinamika (6), valamint a munkakínálati összefüggés (7) a költségvetési korláttal és a tőkefelhalmozási szabállyal, továbbá a

<sup>4</sup> A fogyasztó problémájának megoldása a függelékében olvasható.



kötvény- és a tőkeállományra vonatkozó kezdeti érték feltétellel, valamint az azokra felírható transzverzálitási feltételekkel együtt, adott árak és kamatláb mellett megadja a keresett változók (tőkeállomány, beruházás, kötvényállomány, fogyasztás és a munkakínálat) pályáját.

**Vállalat.** A modell reprezentatív, profitmaximalizáló vállalata működése során munkát és tőkét használ fel, melyet az (8)-ban megadott állandó mérethozadékú technológiával jellemezhető termelési függvény alapján alakít végtermékké. A modellbeli vállalat úgy választja meg a termelési tényezők iránti keresletét a tökéletesen versenyző inputpiacokon, hogy profitja az elérhető legnagyobb legyen, illetve keresi azt a tőke- és munka-felhasználási szintet, amely mellett az optimális kibocsátás a lehető legalacsonyabb költség mellett elérhető. A reprezentatív vállalat a szokásos (statikus) profitmaximalizálási (költségminimalizálási) feladatot oldja meg:<sup>5</sup>

A vállalat az alábbi profitfüggvényt maximalizálja:

$$profit_t = y_t - w_t l_t - r_t^K k_t$$

a termelési függvény, mint korlát mellett

$$y_t = k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} \quad (8)$$

amiből a két szokásos összefüggés adódik:

- Munkakeresleti függvény:

$$l_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{w_t} \quad (9)$$

A vállalat addig használ fel munkaerőt, amíg az abból származó határbevétel (a vállalat munkaerő-felhasználásával  $(1 - \alpha) \frac{y_t}{l}$  darab pótlólagos terméket tud előállítani, melyet egységnyi áron ad el) meg nem egyezik a pótlólagos munkafelhasználásból származó határköltséggel, a reálbérrel.

- Tőkekeresleti függvény:

$$k_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{r_t^K} \quad (10)$$

A vállalat addig használ fel tőketényezőt, amíg az abból származó határbevétel (a vállalat tőkefelhasználásával  $\alpha \frac{y_t}{k}$  darab pótlólagos terméket tud előállítani, melyet egységnyi áron ad el) meg nem egyezik a tőkefelhasználásból származó határköltséggel, a reálbérleti díjjal.

Vagyis a tökéletesen versenyző inputpiac melletti szokásos döntési szabály érvényes: a tőke határterméke megegyezik a reál bérleti díjjal, a munka határterméke pedig a reálbérrel egyenlő. A munkakeresleti (9) és a tőkekeresleti függvény (10) adott árak mellett a termelési függvénnyel (8) együtt megadják a munka, a tőkeállomány és a kibocsátás pályáját.

<sup>5</sup> A részletes megoldás a függelékben megtalálható!

**Állam.** A rendszer harmadik szereplője az állam, amely fiskális funkciót tölt be. A kormányzatról közjavakat biztosít a szereplőknek, vagyis a háztartásoktól beszedett adót a termékpiacon elvásárolja, továbbá megjelenik a vagyoneszközök piacán is, ahol az ott felvett hitelből ( $d_{t+1}$ ) finanszírozza kiadásait, melyek egy részét áruvásárlásra ( $g_t$ ), míg a fennmaradó részét a korábbi adósság ( $d_t$ ) kiegyenlítésére használja fel. Ebből adódóan a költségvetési korlátja az alábbi alakban írható fel:

$$t_t + d_{t+1} = g_t + (1 + r_t)d_t \quad (11)$$

A következő lépés a modell egyensúlyának, az állandósult állapotnak a meghatározása. Ezt fogja követni a nem lineáris rendszer linearizálása és a megoldó algoritmus rövid bemutatása.

## 2.2. EGYENSÚLY

A rendszer egyensúlyában a szereplők adott árárányok mellett optimális döntéseket hoznak, illetve maguk az árárányok biztosítják az egyes piacok megtisztulását, azaz egyensúly van az áru-, a munka-, a fizikai tőke és a vagyoneszközök piacán.

Statikus, azaz olyan modellekben, ahol az idő nem jelenik meg explicit módon, egyensúly alatt a piaci kereslet és kínálat egyenlőségét értjük. Nem triviális azonban, hogy hogyan lehet a statikus, az időt nem tartalmazó egyensúlyi modellek világából a dinamika területére áttérni. A jelen modellben alkalmazott eljárás meglehetősen általánosnak mondható a közgazdasági irodalomban. A dinamikus modellek időtől explicit módon függő változóira is felírható minden adott pillanatra a statikus egyensúly feltétele, azaz a piaci kereslet és kínálat egyenlősége. Dinamikus egyensúly alatt általában egy dinamikus rendszer stacioner állapotait értjük, azokat az állapotokat, amelyek során a gazdaság makrováltozóinak növekedési ütemei konstansok. A dinamikus egyensúly fogalma tehát nem két változó mennyiség egyenlőségére épít, hanem a változás egyenletességét jelöli ki célul.

Összefoglalva a modellt az alábbi egyenletekből áll:

- Euler egyenlet (4)
- Portfólió-választási egyenlet (5)
- Beruházási dinamika (6)
- Munkakínálati függvény (7)
- Munkakeresleti függvény (9)
- Tőkekeresleti függvény (10)
- Termelési függvény (8)
- Tőkefelhalmozási egyenlet (3)
- Definíció a fogyasztás-növekményre
- Lambda multiplikátor
- Árupiaci egyensúly<sup>6</sup>,

---

<sup>6</sup> Az árupiaci egyensúly:  $y_t = c_t + i_t + g_t$ , zárt gazdaságot feltételezve a kötvénypiaci egyensúlyban  $b_t = 0$ , így a Walras-törvény értelmében a háztartás és a kormányzat költségvetési korlátja egymásba átjátszható.

melyekkel megadható a kibocsátás, a fogyasztás, fogyasztás-növekmény, a beruházás, a tőkeállomány, a tőkebérleti díj, a foglalkoztatás, a reálbér és a reálkamatláb, valamint két multiplikátor  $(\lambda_t, \mu_t)$  időbeli pályája. A teljes rendszerhez hozzátartozik még a két exogén változó: teljes-tényezőtermelékenység  $(z_t)$  és a kormányzati kiadások  $(g_t)$  nagysága. Ezeket később, a loglinearizált rendszer felírásánál adom meg.

A modell egy sztochasztikus, nem lineáris differenciaegyenlet - rendszer. A megoldás további lépése, hogy megadjuk a rendszer időtől független megoldását (steady state), majd az állandósult állapot körül linearizáljuk az egyenleteket, hogy azok számítógépes megoldásra, valamilyen algoritmus alapján alkalmasak legyenek.

### 2.3. ÁLLANDÓSULT ÁLLAPOT

A modellt megoldó algoritmus alkalmazásának egyik kritériuma, hogy a változóknak legyen állandósult állapota (steady-state-je). Miután az analitikus megoldás rendelkezésre áll, így nincs más teendő, mint meghatározni a steady-state-t kifejező egyenleteket. Ezek megadják a modell időtől független megoldást. Az egyes változók ebben a pontban felvett értékét index nélküli betűvel jelölöm. A preferenciákban és az adókban bekövetkezett sokkok paramétereinek állandósult állapotbeli értékét 1-re normalizáltam. A modell állandósult állapota formálisan a függelékben olvasható.

### 2.4. A LOGLINEARIZÁLT RENDSZER

Ebben a lépésben, a nemlineáris várakozásos differenciaegyenletekből álló rendszert a számítógépes algoritmus alkalmazása végett loglinearizálni kell. A loglinearizálás technikája, hogy az a modell egyenleteit a Taylor-polinomjaik elsőfokú lineáris közelítésével helyettesíti, azaz végeredményben lineáris rendszerré alakítja át. A Taylor-közelítés során használt ún. fókuszpont a modell állandósult állapota (steady state), így a közelítés után megjelenik a változók állandósult állapottól való eltérése. A változók loglinearizáltja a fókuszponttól való százalékos eltérést mutatja meg, azaz meghatározó, hogy kicsiny ingadozás esetén az egyes változók hány százalékkal térnek el a steady-state-től loglineáris értelemben. A modell loglinearizált egyenletit a függelékben olvashatjuk.

A loglinearizált egyenletek kiegészülnek az exogén változók (adósokk, preferenciasokk és kormányzati vásárlások nagysága) pályáját megadó összefüggésekkel:

- Teljes-tényezőtermelékenység:

$$z_t = \rho_z z_{t-1} + \varepsilon_t^z, \text{ ahol } \rho_z < 1 \text{ és } \varepsilon_t^z \text{ fehérzaj}^7 \quad (12)$$

- Kormányzati kiadások:

---

<sup>7</sup> A tartósságra tett kikötés – mindkét esetben – azt jelenti, hogy egy átmeneti (perzisztens és lecsengő) sokk hatását követjük nyomon, mert az alkalmazandó, nemlineáris sztochasztikus differenciaegyenlet-rendszert megoldó eljárás csak adott (stabil) állandósult állapot körüli közelítésre érvényes. Mivel a tartós sokk megváltoztatná a rendszer állandósult állapotát, a steady state körüli (loglineáris) közelítést (és így az arra épülő megoldó algoritmust) nem lehetne alkalmazni.

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + \varepsilon_t^g, \text{ ahol } \rho_g < 1 \text{ és } \varepsilon_t^g \text{ fehérzaj} \quad (13)$$

Összefoglalva: van egy 13 egyenletből álló sztochasztikus és (most már) lineáris differenciaegyenlet – rendszer, ismert paraméterekkel (mert volt, amit már a kezdet kezdetén ismertünk, és van, amit az állandósult állapotra vonatkozó számítások során adtunk meg). Ezen modell alapján meg szeretnénk határozni a következő 13 változó időbeli alakulását: kibocsátás, fogyasztás, fogyasztás-növekmény, beruházás, tőkeállomány, tőkebérleti díj, foglalkoztatás, reálbér, reálkamatláb, multiplikátorok  $(\lambda_t, \mu_t)$ , teljes-tényezőtermelékenység, kormányzati kiadások.

## 2.5. MEGOLDÁS: GENSYS.M ALGORITMUS

A dinamikus rendszert, analitikus megoldás helyett Blanchard - Kahn [1980] determinátlan együtthatók módszerével, számítógép felhasználásával (Sims [2000]) oldottam meg.

A megoldást az alábbi formában keressük:

$$\Gamma_0 x_t = \Gamma_1 x_{t-1} + C + \Psi \varepsilon_t + \Pi \eta_t$$

Ezzel megkapjuk a differenciaegyenlet - rendszer megoldását:

$$x_t = \Gamma_1 x_{t-1} + C + \text{impact} \varepsilon_t$$

alakban. A *gensys.m* algoritmushoz rendezett egyenletrendszer a függelékben megtalálható.

## 2.6. EREDMÉNYEK: AZ IMPULZUS-VÁLASZ FÜGGVÉNYEK

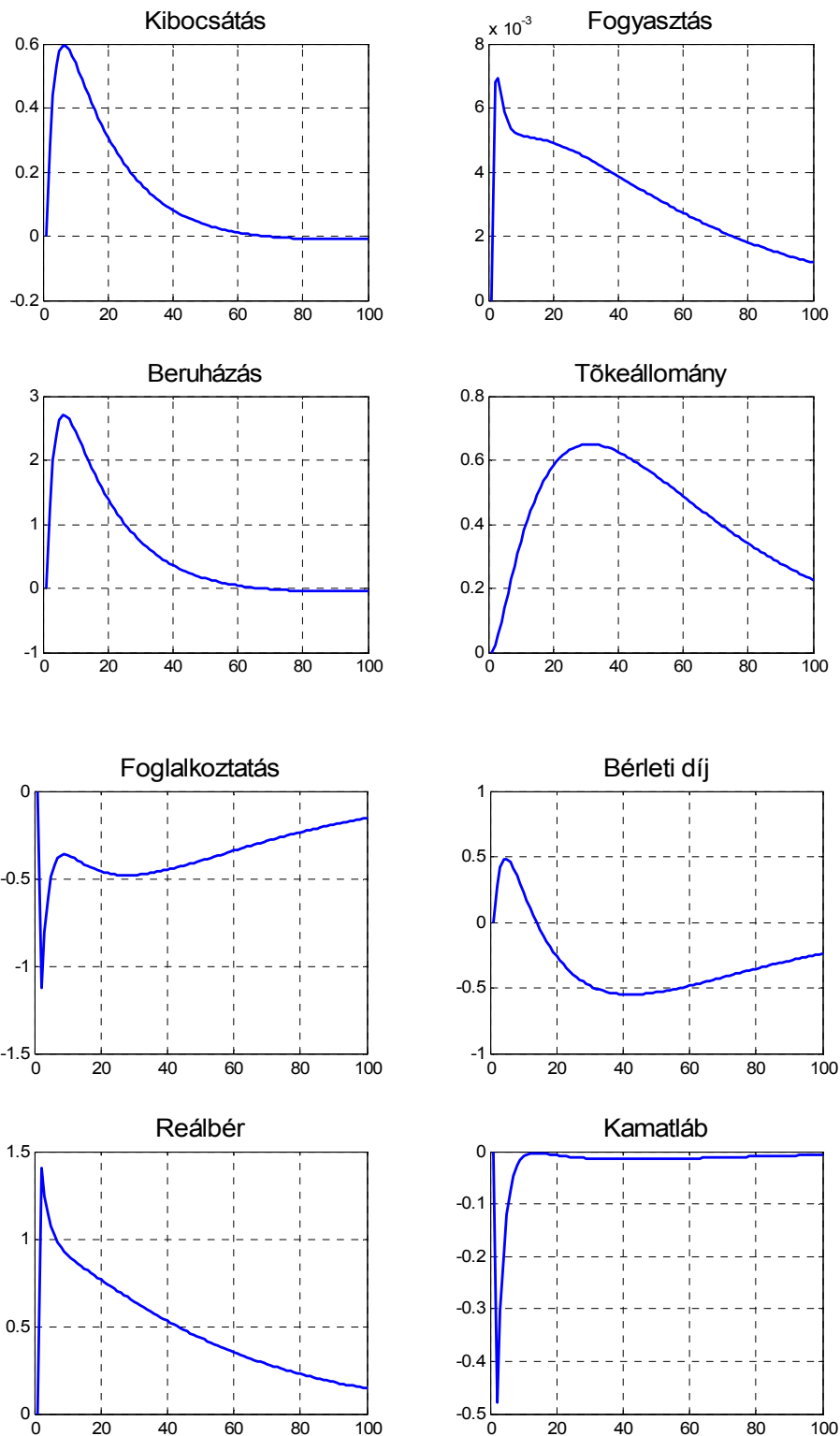
A konkrét paraméterek és a differenciaegyenlet - rendszer mátrixformája ismeretében most már elvégezhető a rendszer sokkhoz való dinamikus alkalmazkodásának elemzése.<sup>8</sup> Ennek eszköze az ún. impulzus - válasz függvény, amely megmutatja, hogyan reagál a nemzetgazdaság egy adott endogén változója az sokkváltozó állandósult állapotától vett egyszázalékos, átmeneti kilengésére. Az impulzus - válasz függvényeket az ilyen problémák megoldására gyakran alkalmazott MATLAB programcsomag fentiekben ismertetett *gensys.m* algoritmus segítségével állítottam elő.

Az 1. és a 2. ábrán az RBC modell változóinak a technológiában, illetve kormányzati kiadásokban bekövetkezett, azok állandósult állapotból való 1 százalékos növekedésére adott impulzusok válaszait követhetjük nyomon.

---

<sup>8</sup> A szimuláció során alkalmazott paraméterek és a modell mátrix alakja a függelékben megtalálható.

1. ábra. Technológiai sokk hatása

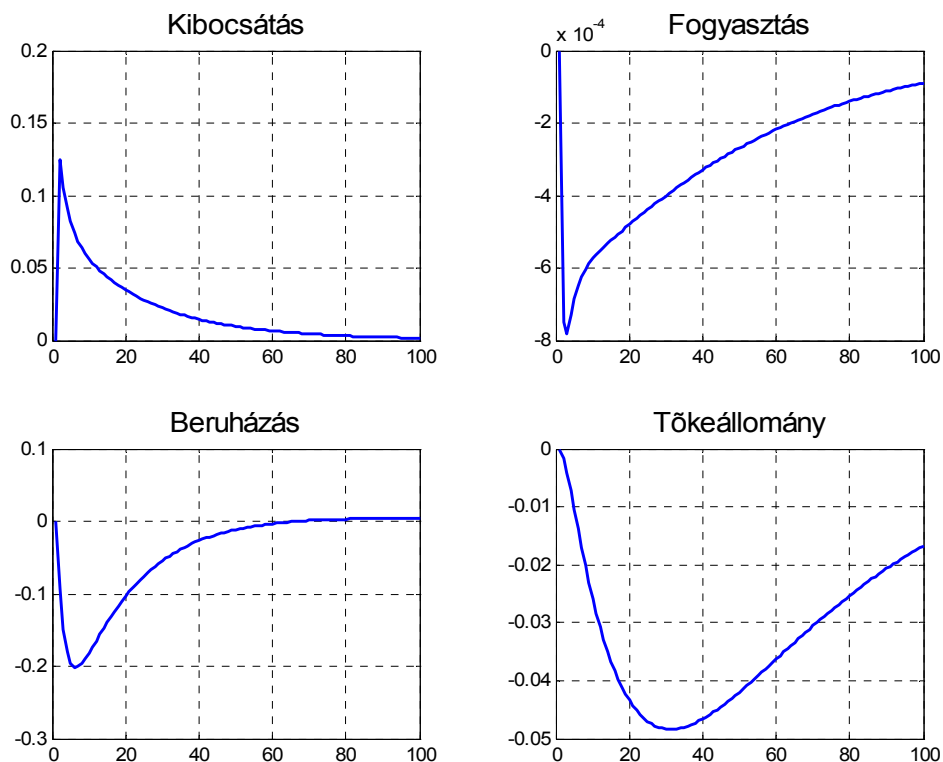


A pozitív technológiai sokk (1. ábra) hatására emelkedik a kibocsátás. Mivel a termelékenység lassan áll helyre, érdemes időlegesen többet beruházni (beruházás nagyon megnő). A magasabb jövedelem hatása fogyasztásban is jelentkezik. A magasabb termelékenységi együttható önmagában egy az egyben növeli mindkét termelési tényező határtermékét (és így mindkét termelési tényező árát is, azaz a tőke reálbérleti díját és a munka árát, a reálbért), vagyis

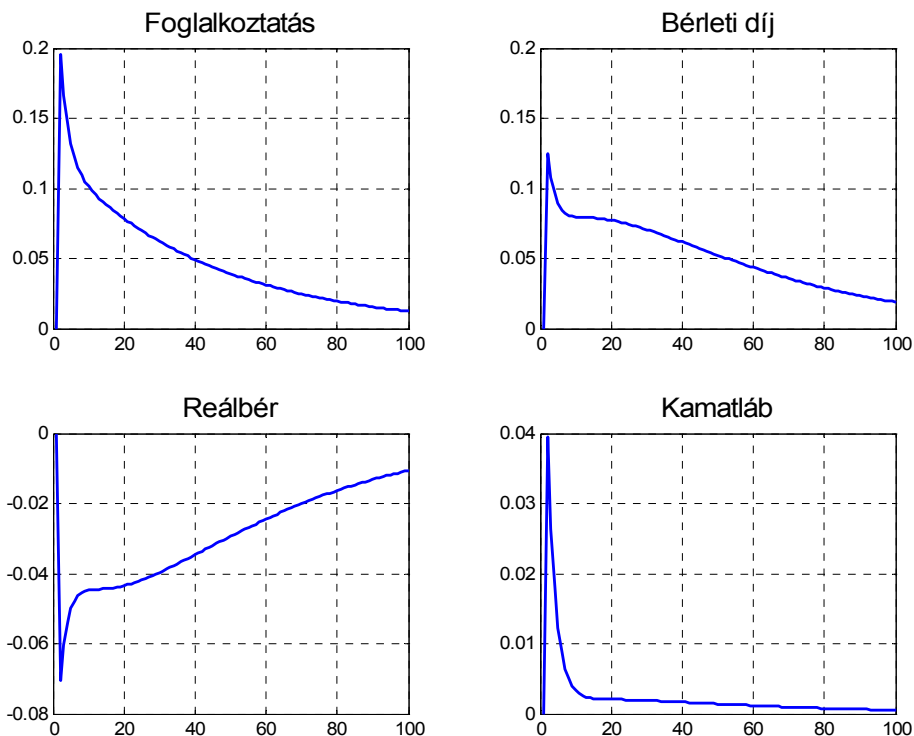
mindkettőből érdemes többet felhasználni. A változók hosszabb távú alkalmazkodásánál a változók huplis alakulását figyelhetjük meg (a tőke felhalmozása időbe telik). A jelenség magyarázata a tőkeállomány tehetetlensége: a felhalmozott tőkeállományt a sok múlásával vissza kell állítania hosszú távú egyensúlyi szintre. Ebben az amortizáció automatizmusa nem elég, el kell fogyasztani valamennyit a korábban felhalmozott tőkéből. A fogyasztást ösztönzi, hogy a nagyobb felhalmozott tőkeállomány a technológiai fellendülés múlásával kisebb reálhozamot hoz, azaz átmenetileg a reálkamatláb is kisebb lesz az állandósult állapotbeli szintjénél.

A fiskális sokk (2. ábra) pillanatában a fogyasztás azonnal visszaesik és a foglalkoztatás (a negatív vagyons-, valamint a fogyasztás és szabadidő közötti intratemporális helyettesítési hatás miatt) időben emelkedni fog. A fiskális expanzió hatására a reálkamat is emelkedik, ami az intertemporális helyettesítési hatáson keresztül szintén a munkakínálat növelésének irányába hat. A kormányzati kiadások növekedése (a fogyasztó szempontjából: adóemelés) forrásokat von el a fogyasztótól, így ennek következtében az életpálya-jövedelme csökken. A vagyonsökkenés hatására csökken kereslete a fogyasztás iránt is, de a szabadidő iránt is (mindkét hasznos dolog normál jószág), növekszik tehát a munkakínálata. A megugró munkafelhasználás miatt a tőke/munka arány csökken, így az egyensúlyi ára csökken. Tudjuk, hogy a tőkeállomány a sokk pillanatában predeterminált változó, így a tőkefelhasználás ténylegesen csak a következő időszaktól emelkedhet. A kibocsátás a növekvő munkafelhasználás következtében magasabb szintre ugrik, majd a tőkeállomány „felzárkózásával” a fiskális keresletnek megfelelően alakul, s a tőke bérleti díja emelkedik. Az alacsonyabb tőkefelhalmozással párhuzamosan beruházási kereslet csökkeni fog. Ez a hagyományos elméletből jól ismert kiszorítási hatás: fiskális expanzió következtében kevesebb lesz a beruházás.

2. ábra. Kiadási sokk hatása







### 3. ZÁRÓ GONDOLATOK

A fentiekben bemutatott elemzés legnagyobb jelentősége a dinamikus makroökonómiai modellek hozzájárulása az elmélethez. Az itt megoldott modell esetében valóságos dinamikát lehet megjeleníteni: a változók időbeli alakulását (pályáját) vizsgálhatjuk, szemben a korábbi rendszerekkel (IS/LM – AS/AD), ahol ez nem lehetséges. Ezekben a modellekben a görbék az egyik egyensúlyi pontból a másikba tolódnak el, és a két állapot közötti folyamatok (az átmenet) közvetlen nem láthatók és csak a két egyensúlyi állapot összehasonlításra szorítkozhatunk (komparatív statika). Összefoglalva, csupán címszavakban az RBC modellek jelentőségét, az mondhatjuk, hogy az üzleti ciklusokat lényegében az ágensek okozzák azáltal, hogy optimálisan reagálnak a rendszert érő sokkokra, továbbá, hogy a ciklusok a rendszer természetes velejárói, azaz nem szükséges azokat mesterségesen csillapítani.

Természetesen a vizsgálat, a modell többféle irányban bővíthető. Bevezethető többféle nominális merevség, kiterjeszhető a vizsgálat nyitott nemzetgazdaságra. A nemzetközi kapcsolatok bekapcsolásával, az áruk és nemzetközi eszközök cseréjének beillesztésével, megengedve nem tökéletes árfolyam átmenetet és pénzügyi sűrűlódásokat is, a modell alkalmas lenne arra is, hogy felbecsüljük a nemzetközi hatásokat is. A modell többszektorossá tehető, azaz lehetséges két szimmetrikus ország (például az euró-övezet, és USA) elkülönítése. Emellett két különböző típusú háztartás is elképzelhető, például úgy, hogy a pénzpiacokhoz való hozzáférési képességeiket illetően különböznek: az egyik típusú háztartás csak pénzt tart szemben a kötvénykereskedővel és a fizikai tőke felhalmozóval. E két típusú háztartás jelenlétével a kormányzati kiadásokon kívüli fiskális politikáknak (mindenekelőtt az egyösszegű adóknak és transzfereknek) komolyabb reálhatása is lenne, annak ellenére, hogy minkét típusú háztartás optimalizál az intertemporális költségvetési korlátoknak megfelelően. A munkaerőpiac felépítését tekintve is kiterjeszhető a modell úgy, hogy minkét típusú háztartás differenciált munkaerő

kínálatot biztosítja és bérmegállapítóként viselkednek monopolisztikusan versenyző piacon, azaz a kompetitív bér feletti felüli haszonkulccsal történik a bérek meghatározása. Ezek azonban már egy következő kutatás témája lehet.

Összefoglalva, a tanulmány megmutatta, hogy az RBC modellekben nem kizárólag csak a technológia sokkok vezethetnek ciklikus ingadozásokhoz, hanem a fiskális politika eszközrendszerében bekövetkezett sokkok is szerephez jutnak. Ez azt is bizonyítja, hogy az RBC modellek bizonyos feltételek mellett széles körben alkalmazhatók numerikus szimulációra és gazdaságpolitikai kérdések elemzésére.

## HIVATKOZÁSOK

1. Blanchard, Oliver C. M. Kahn [1980]: The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations. *Econometrica*, 48, pp. 1305-1313.
2. Galí, J. [2001]: New Perspectives on Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle, NBER Working Paper No. 8767
3. Fuhrer, J.C. [2000]: Habit Formation in Consumption and Its Implications for Monetary Policy Models, Federal Reserve Bank of Boston
4. Kydland, F. – Prescott, E. [1982]: Time to Build and Aggregate Fluctuations, *Econometrica*, 50 pp. 1345-1371
5. Kydland, F., Prescott, E. [2004]: The Time Consistency of Economic Policy and the Driving Forces Behind Business Cycles, *Kungl. Vetenskapsakademien, The Royal Swedish Academy of Sciences*  
Letölthető: <http://nobelprize.org/economics/laureates/2004/prescott-lecture.pdf>
6. Prescott, E. [2004]: The Transformation of Macroeconomic Policy and Research,
7. Ramsey, F. P. [1928]: A mathematical theory of saving}, *Economic Journal* Vol. 38., 543-559. old.
8. Romer, D. [2000]: *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill, New York
9. Sims, Christopher A. [2000]: Solving Linear Rational Expectations Models. Kézirat.  
Letölthető: <http://sims.princeton.edu/yftp/gensys/> honlapról
10. Smets, F., Wouters, R. [2002]: An Estimated Stochastic Dynamic General Equilibrium Model of the Euro Area, ECB Working Paper No. 171.
11. Solow, R.M. [1956]: A contribution to the theory of economic growth}, *Quarterly Journal of Economics* Vol. 70., 65-94. old.

## Függelék

### 1. A fogyasztó problémájának megoldása

Kiinduló egyenletek:

$$E_0 \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left( \frac{h_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi_t \frac{l_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right)$$

$$h_t \equiv c_t - bc_{t-1}$$

$$w_t l_t + r_t^K k_t + (1+r_t)b_t = c_t + i_t + b_{t+1} + t_t$$

$$i_t \left( 1 - S \left( \frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \right) = k_{t+1} - (1-\delta)k_t$$

Bellman egyenlet:

$$V(k_t, b_t, c_{t-1}, i_{t-1}) = \max \left\{ \begin{aligned} & \left( \frac{(c_t - bc_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi_t \frac{l_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \beta E_t V(k_{t+1}, b_{t+1}, c_t, i_t) + \right. \\ & \left. + \lambda_t (w_t l_t + r_t^K k_t + (1+r_t)b_t - c_t - i_t - b_{t+1} - t_t) + \mu_t \left( i_t \left( 1 - S \left( \frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \right) - k_{t+1} + (1-\delta)k_t \right) \right) \end{aligned} \right\}$$

Elsőrendű feltételek:

$$c_t \text{ szerint: } (c_t - bc_{t-1})^{-\sigma} + \beta E_t V_{c_t} - \lambda_t = 0$$

$$l_t \text{ szerint: } -\psi_t l_t^\eta + \lambda_t w_t = 0$$

$$k_{t+1} \text{ szerint: } \beta E_t V_{k_{t+1}} - \mu_t = 0$$

$$b_{t+1} \text{ szerint: } \beta E_t V_{b_{t+1}} - \lambda_t = 0$$

$$i_t \text{ szerint: } \beta E_t V_{i_t} - \lambda_t + \mu_t \left( 1 - S - \frac{i_t}{i_{t-1}} S' \right) = 0$$

A burkológörbe – tétel alapján kapjuk, hogy:

$$k_t \text{ szerint: } V_{k_t} = \lambda_t r_t^K + \mu_t (1-\delta)$$

$$b_t \text{ szerint: } V_{b_t} = \lambda_t (1+r_t)$$

$$c_{t-1} \text{ szerint: } V_{c_{t-1}} = -b(c_t - bc_{t-1})^{-\sigma}$$

$$i_{t-1} \text{ szerint: } V_{i_{t-1}} = \mu_t S' \left( \frac{i_t}{i_{t-1}} \right)^2$$

Végül ezeket az összefüggéseket egy időszakkal előrébb léptetjük és visszahelyettesítve az elsőrendű feltételekbe, utolsó lépésként pedig a  $\lambda_t$  –t kihelyettesítve kapjuk a (4) – (7) egyenleteket.<sup>9</sup>

<sup>9</sup> A feladatot kiegészíti az ún. transzverzálitási feltétel, amely azt fejezi ki, hogy az a tőke-, és a kötvényállomány záró időpontbeli értékének jelenértéke nem lehet negatív, azaz a haszonmaximalizáló fogyasztó számára nem

## 2. A vállalat problémájának megoldása

Kiinduló egyenletek:

$$\begin{aligned} \text{profit}_t &= y_t - w_t l_t - r_t^K k_t \\ y_t &= z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} \end{aligned}$$

Lagrange-függvény:

$$L = w_t l_t + r_t^K k_t - \lambda_t (k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - y_t),$$

Elsőrendű feltételek:

$$l_t \text{ szerint: } w_t - (1-\alpha)\lambda_t k_t^\alpha l_t^{-\alpha} = 0$$

$$k_t \text{ szerint: } r_t^K - \lambda_t (\alpha k_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} - y_t) = 0$$

Majd a fenti egyenleteket  $l_t$ -re és  $k_t$ -re rendezve adódnak a (9) és a (10) összefüggések.

## 3. A modell és annak egyensúlyi (steady state) állapota

A teljes modell:

$$\begin{aligned} \beta E_t \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (1 + r_{t+1}) &= 1 \\ \beta E_t \lambda_{t+1} r_{t+1}^K + \mu_{t+1} (1 - \delta) &= \mu_t \\ \beta E_t \mu_{t+1} S' \left( \frac{i_{t+1}}{i_t} \right)^2 + \mu_t \left( 1 - S - \frac{i_t}{i_{t-1}} S' \right) &= \lambda_t \\ \Psi \frac{l_t^\eta}{c_t^{-\sigma}} &= w_t \\ h_t &= c_t - b c_{t-1} \\ l_t &= (1 - \alpha) \frac{y_t}{w_t} \\ k_t &= (1 - \alpha) \frac{y_t}{r_t^K} \\ y_t &= z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} \\ i_t \left( 1 - S \left( \frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \right) &= k_{t+1} - (1 - \delta) k_t \\ y_t &= c_t + i_t + g_t \end{aligned}$$

---

racionalis felhalmozni tőkét és kötvényt az utolsó időszakra, mert az csökkentené az adott periódus hasznosságát.

Az egyensúlyi állapot:

$$\begin{aligned} \beta(1+r) &= 1 \\ \beta\lambda r^K &= \mu\delta \\ \lambda &= \mu \\ \psi \frac{l^n}{\lambda} &= w \\ l &= (1-\alpha) \frac{y}{w} \\ k &= \alpha \frac{y}{r^K} \\ \lambda &= h^{-\sigma} (1-\beta b) \\ h &= c(1-b) \\ y &= k^\alpha l^{1-\alpha} \\ i &= \delta k \\ y &= c + i + g \end{aligned}$$

A hosszú távú egyensúlyi értékek meghatározása:

- Az Euler egyenlet megadja a reálkamatláb egyensúlyi nagyságát:  $r = \frac{1}{\beta} - 1$
- Az arbitrázsmentességi feltétel és a beruházási dinamikára felírt egyenletből kiszámolható a tőke egyensúlyi reálbérleti díja:  $r^K = \frac{\delta}{\beta}$
- A munkakeresleti függvény megadja a hosszú távú kibocsátás/ munka arányt:  $\frac{y}{l} = \frac{w}{1-\alpha}$ ,  
illetve a tőkekeresleti függvényből adódik a kibocsátás/tőke aránya:  $\frac{y}{k} = \frac{r^K}{\alpha}$
- A fenti két arányt egymással elosztva kapjuk a tőke/munka arányát:  $\frac{k}{l} = \frac{w\alpha}{(1-\alpha)r^K}$
- A termelési függvény megadja a kibocsátás/tőke arányát:  $\frac{y}{k} = \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1}$
- Ezt és a tőkekeresleti függvényből kapott kibocsátás/tőke arányt felhasználva adódik a hosszú távú tőke/munka arány értéke:  $\frac{r^K}{\alpha} = \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} \rightarrow \frac{k}{l} = \left(\frac{r^K}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$
- Felhasználva a fenti arányt, most már a bér hosszú távú egyensúlyi értéke is kiszámolható a munkakeresleti függvényből felírt összefüggésből:

$$\left(\frac{r^K}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \frac{w\alpha}{(1-\alpha)r^K} \rightarrow w = \frac{\left(\frac{r^K}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} (1-\alpha)r^K}{\alpha}$$

- Már csak két egyenlet maradt, a munkakínálati függvény és az árupiaci egyensúly. A munkakínálati összefüggésbe a  $\lambda$ -ra felírt összefüggést behelyettesítve és  $c$ -re rendezve azt

kapjuk, hogy 
$$c = \left( \psi \frac{l^\eta}{w(1-b)^{-\sigma}(1-\beta b)} \right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

- Az utolsó lépés a költségvetési korlát átalakítása:

$$y = c + i + g$$

$$\frac{y}{l} = \frac{c}{l} + \delta \frac{k}{l} + \frac{g}{l}$$

Behelyettesítve a fentiekben kiszámolt arányokat:

$$\left( \frac{k}{l} \right)^\alpha = \frac{c}{l} + \delta \frac{k}{l} + \frac{g}{l}$$

$$\left( \frac{r^K}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{c}{l} + \delta \left( \frac{r^K}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} + \frac{g}{l}$$

Felszorozva  $l$ -lel és  $c$  helyére behelyettesítve a munkakínálattól kapott összefüggést egyismeretlenes egyenlet adódik (a  $g$  exogén változó), amelyben csak a munkafelhasználás nagysága az ismeretlen.

$$l \left( \frac{r^K}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \left( \psi \frac{l^\eta}{w(1-b)^{-\sigma}(1-\beta b)} \right)^{\frac{1}{\sigma}} + l \delta \left( \frac{r^K}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} + g$$

- A munkafelhasználás alapján most már a fogyasztás, a tőkeállomány, végül pedig a beruházás hosszú távú steady state értéke kiszámolható.

#### 4. Alkalmazott paraméterek

Az általam alkalmazott paraméterek nem mindegyike tekinthető mikroökonómiaileg megalapozottnak, mert nem igazítottam őket mikroszintű viselkedési felmérésekből származó eredményekhez, hiszen az elemzés célja inkább a mechanizmus numerikus példával való szemléltetése, nem egy valós gazdasághoz igazított szimuláció. Az alap-paraméterek Smets és Wouters [2002] tanulmányából származnak, melyek az alábbi táblázatban láthatók:

$\beta$	$\sigma$	$\eta$	$b$	$\psi$	$a$	$\delta$
0,9902	2	1	0,65	2	0,36	0,0173



#### 4. Loglinearizált differenciaegyenlet-rendszer

$$\begin{aligned}
 E_t \hat{\lambda}_{t+1} - \hat{\lambda}_t + \hat{r}_{t+1} &= 0 \\
 \frac{\beta r^K}{\beta r^K + (1-\delta)} E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\beta r^K}{\beta r^K + (1-\delta)} E_t \hat{r}_{t+1} + \frac{1-\delta}{\beta r^K + (1-\delta)} E_t \hat{\mu}_{t+1} &= \hat{\mu}_t \\
 \beta S''(1) E_t \hat{i}_{t+1} + \hat{\mu}_t + (-\beta S''(1) - S''(1)) \hat{i}_t + S''(1) E_t \hat{i}_{t+1} &= \hat{\lambda}_t \\
 \eta \hat{l}_t - \hat{\lambda}_t &= \hat{w}_t \\
 \hat{l}_t &= -\hat{w}_t + \hat{y}_t \\
 \hat{k}_t &= -\hat{r}_t^K + \hat{y}_t \\
 \hat{y}_t &= \hat{z}_t + \alpha \hat{k}_t + (1-\alpha) \hat{l}_t \\
 \delta \hat{i}_t &= \hat{k}_{t+1} - (1-\delta) \hat{k}_t \\
 \hat{y}_t &= \frac{c}{y} \hat{c}_t + \frac{i}{y} \hat{i}_t + \frac{g}{y} \hat{g}_t \\
 \frac{-\sigma - b\beta\sigma}{(1-\beta)(1-b)} \hat{c}_t + \frac{\sigma b}{(1-\beta)(1-b)} \hat{c}_{t-1} + \frac{\sigma\beta}{(1-\beta)(1-b)} E_t \hat{c}_{t+1} &= \hat{\lambda}_t \\
 \hat{h}_t &= \frac{1}{1-b} \hat{c}_t - \frac{b}{1-b} \hat{c}_{t-1} \\
 \hat{z}_t &= \rho_z \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_t^z \\
 \hat{g}_t &= \rho_g \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_t^g
 \end{aligned}$$

A gensys.m algoritmus alkalmazása megkívánja, hogy az  $E_t \text{változó}_{t+1}$  változókat ki kell helyettesíteni a modelltől, úgy hogy  $aa_t = E_t \text{változó}_{t+1}$ , ekkor  $\text{változó}_t = aa_{t-1} + \eta_t^{\text{változó}}$ . Szükség van tehát öt plusz változóra:

$$\begin{aligned}
 aa_t &= E_t \lambda_{t+1} \\
 ab_t &= E_t r_{t+1}^K \\
 ac_t &= E_t \mu_{t+1} \\
 ad_t &= E_t i_{t+1} \\
 ae_t &= E_t c_{t+1}
 \end{aligned}$$

és így öt plusz egyenletre is:

$$\begin{aligned}
 \lambda_t &= aa_{t-1} + \eta_t^\lambda \\
 r_t^K &= ab_{t-1} + \eta_t^{r^K} \\
 \mu_t &= ac_{t-1} + \eta_t^\mu \\
 i_t &= ad_{t-1} + \eta_t^i \\
 c_t &= ae_{t-1} + \eta_t^c
 \end{aligned}$$

A következő lépésben az öt plusz változót- és egyenletet visszahelyettesítjük a loglinearizált egyenletrendszerbe, majd befejező lépéséként rendezzük az egyenleteket a számítógépes megoldásoz.

A gensys.m algoritmushoz rendezett egyenletrendszer:

$$\begin{aligned}
aa_t - \hat{\lambda}_t + r_{t+1}^{\hat{}} &= 0 \\
\frac{\beta r^K}{\beta r^K + (1-\delta)} aa_t + \frac{\beta r^K}{\beta r^K + (1-\delta)} ab_t + \frac{1-\delta}{\beta r^K + (1-\delta)} ac_t - \hat{\mu}_t &= 0 \\
(\beta S''(1) + S''(1))ad_t + \hat{\mu}_t + (-\beta S''(1) - S''(1))i_t - \hat{\lambda}_t &= 0 \\
\eta \hat{l}_t - \hat{\lambda}_t - \hat{w}_t &= 0 \\
\hat{l}_t + \hat{w}_t - \hat{y}_t &= 0 \\
-r_t^K + \hat{y}_t &= \hat{k}_t \\
\hat{y}_t - z_t - (1-\alpha)\hat{l}_t &= \alpha \hat{k}_t \\
\delta \hat{i}_t - \hat{k}_{t+1} &= -(1-\delta)\hat{k}_t \\
-\hat{y}_t + \frac{c}{y}\hat{c}_t + \frac{i}{y}\hat{i}_t + \frac{g}{y}\hat{g}_t &= 0 \\
\frac{-\sigma - b\beta\sigma}{(1-\beta)(1-b)}\hat{c}_t + \frac{\sigma\beta}{(1-\beta)(1-b)}ae_t - \hat{\lambda}_t &= -\frac{\sigma b}{(1-\beta)(1-b)}\hat{c}_{t-1} \\
\hat{h}_t - \frac{1}{1-b}\hat{c}_t &= \frac{b}{1-b}\hat{c}_{t-1} \\
\lambda_t &= aa_{t-1} + \eta_t^\lambda \\
r_t^K &= ab_{t-1} + \eta_t^{r^K} \\
\mu_t &= ac_{t-1} + \eta_t^\mu \\
i_t &= ad_{t-1} + \eta^i \\
c_t &= ae_{t-1} + \eta_t^c \\
z_t &= \rho_z z_{t-1} + \varepsilon_t^z \\
g_t &= \rho_g g_{t-1} + \varepsilon_t^g
\end{aligned}$$