

*Szolnoki Tudományos Közlemények XII.
Szolnok, 2008.*

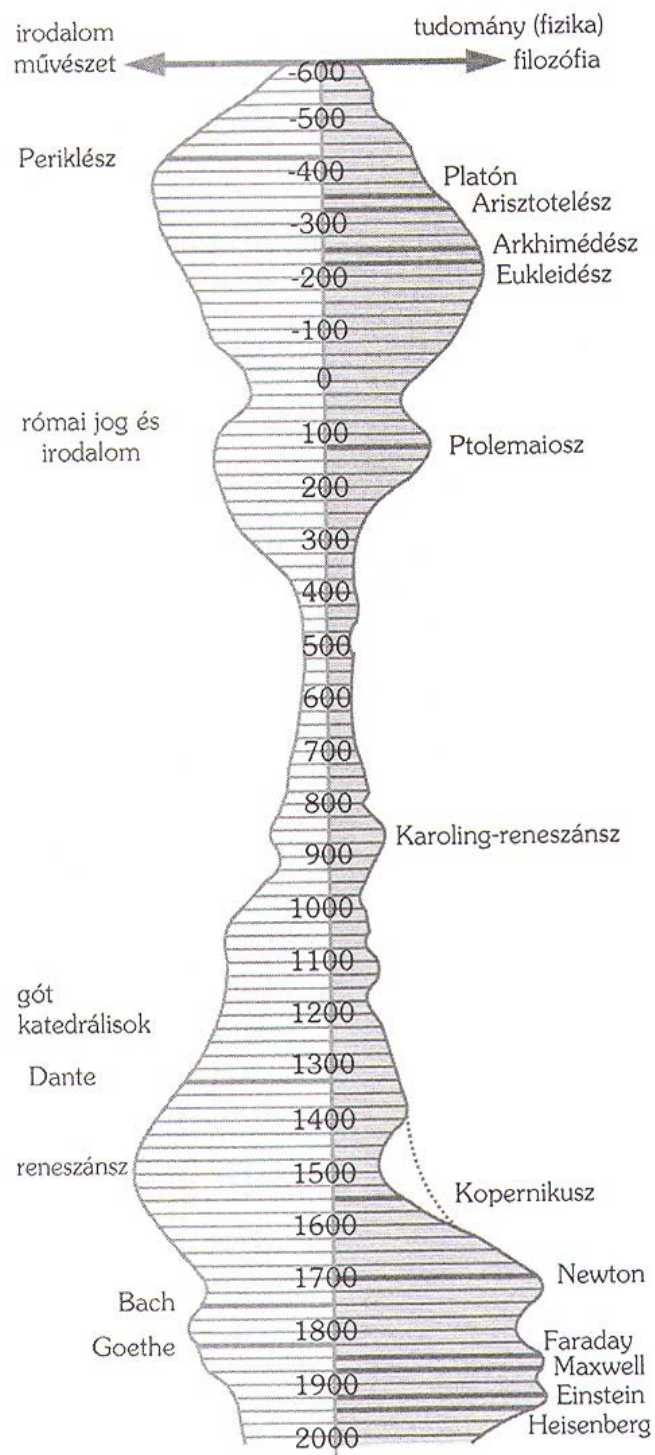
LIBOR JÓZSEFNÉ Dr.

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS ÉS MŰVÉSZET?!

1. MATEMATIKA ÉS MŰVÉSZET KAPCSOLATA

A cím első olvasásra kicsit furcsának tűnhet, hiszen azt gondolhatnánk, hogy a kettő legalább olyan közel áll egymáshoz, mint Makó Jeruzsálemhez. Hogyan is függhet össze egy viszonylag elvont matematikai terület a művészetek bármelyik ágával is? Azonban, ha kicsit jobban belegondolunk és vizsgálódunk a témában, sok érdekességre bukkanhatunk. Az alábbi két idézet is indokolja az ez irányú kutatást. Godfrey Harold Hardy: „A matematikus – miként a festő és a költő – mintákat alkot. Ha ezek időtállóak, annak az az oka, hogy gondolatokból állanak.” Dan Barbilian: „A matematika majdnem ugyanazokat a szellemi erőket állítja sorompóba, mint amelyeket a költészet és a művészet is megkíván.”

Simonyi Károly: A fizika kultúrtörténete című könyvében található az intellektuális tevékenység intenzitásának diagramja, melyen az időtengely egyik oldalán a tudományos, a másikon a művészeti tevékenységek intenzitását ábrázolja a szerző. A fejlődés szinte mindenütt párhuzamos, a tudományos élet és a művészeti teljesítmények csúcspontjai és mélypontjai majdnem mindenütt egybeesnek.



0.2-1 ábra

Az intellektuális tevékenység intenzitásának diagramja a jón bölcseleők felléptétől napjainkig

Mint azt jól tudjuk, a matematika az élet valamennyi területén jelen van. Nap mint nap alkalmazzuk az elméleti eredményeket a legegyszerűbbektől egészen a bonyolultakig, csak legfeljebb nem vagyunk mindig tisztában az adott alkalmazás elméleti háttérével. Nyilvánvalóan igaz ezen megállapítás a különböző művészeti ágakra is. Matematikai ismeretek nélkül nem boldogulna szinte egyik művészeti ág sem. Történelmi tanulmányaink során is találkoztunk az ősidőktől fogva a matematika és művészetek összefonódásával. Gondoljunk csak arra, hogy a legtöbb ókori valamint reneszánszkori tudós, matematikus kiváló művész is volt. Mindannyian jól ismerjük a phüthagoreusok matematikai és művészi eredményeit is. De a későbbi korokból is említhetnénk példákat, hiszen jól tudjuk, hogy Leonardo da Vinci nemcsak festő, építész, szobrász, költő és filozófus volt, hanem matematikus, fizikus, kémikus, biológus és mérnök is. De említhetném Dürer és más festők szerepét az ábrázoló geometria kifejlődésében is.

A téma vizsgálatával nem állok egyedül, a nyáron a felsőoktatásban matematikát oktatók országos konferenciáján hallhattam hasonló témában előadást. Kutatásaim során kellemes meglepetéssel tapasztaltam, hogy sok művész és matematikus folytat hasonló vizsgálatokat. Feltétlenül meg kell említeni az ún. Hatok csoportját, (tagjai: Dr. Bérczi Szaniszló fizikus, csillagász, Dr. Dévay Gábor matematikus, Kabai Sándor gépészmérnök, Dr. Karsai János matematikus, Pataki Tamás grafikus és Dr. Szilassi Lajos matematikus), akik „a természet, a tudomány és a művészet bűvárainak” nevezik magukat.

Az internet is szolgáltat számos érdekes honlappal, ahol az érdeklődők információkat találhatnak. Csak néhány érdekes ezek közül:

<http://members.iif.hu/visontay/ponticulus/informacio/tortenet.html>

http://symmetry.hu/aus_symmetrion.html

<http://www.lavanyostudomany.hu/>

<http://www.mobil-madi.hu/>

<http://www.c3.hu/~pernecky/index.html>

<http://www.saxon-szasz.hu/>

<http://www.farkas-tamas.hu/5.html>

<http://www.hpo.hu/feltalalok/rubik.html>

MATEMATIKA A MŰVÉSZETEKBEN

Amikor a matematika megjelenését vizsgáljuk a művészetekben elsőként a legtöbbünknek a geometriai kompozíciók jutnak eszünkbe. Csodálatosabbnál csodálatosabb műalkotások születtek, melyek a megfelelő geometriai ismeretek nélkül nem jöhettek volna létre. Gondolhatunk például a csodálatos piramisokra, vagy akár például Vasarely képeire, illetve Szilassi plasztikáira.

Az is köztudott a nem matematikusok számára is, hogy az úgynevezett aranymetszés szabálya, vagy a Fibonacci-sorozatok milyen fontos szerepet játszanak nem csak a képző, hanem az előadóművészetben, pl. a zenében is. A matematika köszön vissza ránk sok művészileg megalkotott használati tárgyról is.

Ha az irodalmat tekintjük, mindig sikerműnek számított az az alkotás, mely valamelyik híres tudós kalandos életútját vagy a tudománytörténet egy fontos eseményét, fordulópontját dolgozta fel. Gondolhatunk pl. Németh László: Két Bolyai című művére.

De ha a Bibliát olvassuk, abban is találunk matematikai érdekességeket. Például „Jáknak csudálatos szerződése Lábánnal”, mely szerint Jákob a szolgálat fejében megkapta Lábán tarka juhait, amelyek részaránya sokkal kisebb volt, mint a Lábánnál maradó részarány. A történet szerint azonban idővel mégis Jákob lett a gazdagabb. (Jákob sohasem adott vissza juhokat Lábánnak, Lábán viszont mindig odaadta juhainak egy – igaz kisebbik – részét Jákobnak.

A műkritikusok gyakran vizsgálják a képzőművészeti, zenei vagy irodalmi alkotások formai hibáit. Azonban azt már kevesen tudják, hogy ezeknek is megvan a matematikai háttere. Gondolok itt például a klasszikus művészetben olyan nagy szerepet játszó szimmetriáknak a csoportelmélet alapján álló analízisére. (Az érdeklődők figyelmébe A. Speiser munkáit ajánlom.) Akár ornamentikáról, akár fűgáról vagy szonetről van szó, a művészi formákból bizonyos matematikai összefüggések elemezhetőek ki. A modern művészetben kicsit más a helyzet, de annak is megvannak a matematikai vonatkozásai, melyek már a valószínűségszámítás területére is elvezetnek. Hiszen míg a klasszikus művészet elsősorban a szigorú szabályosságokat kedvelte, a modern művészet felfedezte, hogy a látszólag szabálytalan, véletlen konfigurációkban is vannak rejtett szabályosságok. Márpedig a valószínűségszámítás, amikor kihámozza a véletlen tömegjelenségek statisztikai törvényszerűségeit, éppen ezeket tárja fel, és ezek művészileg kiaknázhatóak.

MŰVÉSZET A MATEMATIKÁBAN

A matematikával kicsit behatóbban foglalkozók számára nem hat újdonságként, ha azt mondom, hogy nemcsak a művészet van tele matematikával, hanem fordítva is igaz, a matematika tele van művészettel. Jellemző például, hogy egy matematikai bizonyítással kapcsolatban a leggyakrabban használt elismerő jelzők azok, hogy „szép”, „elegáns”, matematikai elméletekkel kapcsolatban a hozzáértők gyakran beszélnek az elmélet belső „harmóniájáról”, stb. A matematikában a forma és tartalom elválaszthatatlanok, hasonló a viszony közöttük, mint a művészetekben, az irodalomban. G. H. Hardy szerint is: „A matematikusok mintáinak, miként a festő és a költő mintáinak, szépeknek kell lenniük. A gondolatoknak, miként a színeknek, vagy a szavaknak, harmonikusan kell egymáshoz illeszkedniük. A szépség az első kritérium: a csúnya matematikának nincs tartós helye a világban.”

Sokszor az emberiség jövőjéért való aggodás arra készíti a tudósokat, hogy irodalmi formában, általában utópisztikus regények, novellák formájában fogalmazzák meg mondanivalójukat. Például Bertrand Russel novellái, Fred Hoyle, a híres csillagász lebilincselő regényei, Szilárd Leó: A delfinek hangja című és más elbeszélései említhetőek meg. Az is közismert, hogy a tudományos ismeretterjesztésben egy sikerült hasonlat, analógia vagy egy felfedezés történetének dramatizáló ismertetése mennyire megkönnyíti a megértést. Ezen túlmenően, csak akkor hatásos igazán egy ismeretterjesztő munka, ha egész felépítésében, formájában és stílusában egyaránt, irodalmi szempontból is igényesen megírt mű.

A művészetben oly gyakran alkalmazott és az előző részben már említett aranymetszés szabályával kapcsolatban talán kevesen tudnak a fordított hatásról. Szabó Árpád matematikatörténeti vizsgálatának meglepő eredménye szerint a görög matematika fejlődéséhez, különösen az arányelmélet kialakulásához a korabeli zeneelmélet adta a döntő impulzust.

De ezen túlmenően, például az analízis területén talákoztunk már jó néhány olyan matematikai függvényekkel, melyek ábrája művészi alkotásként hat.

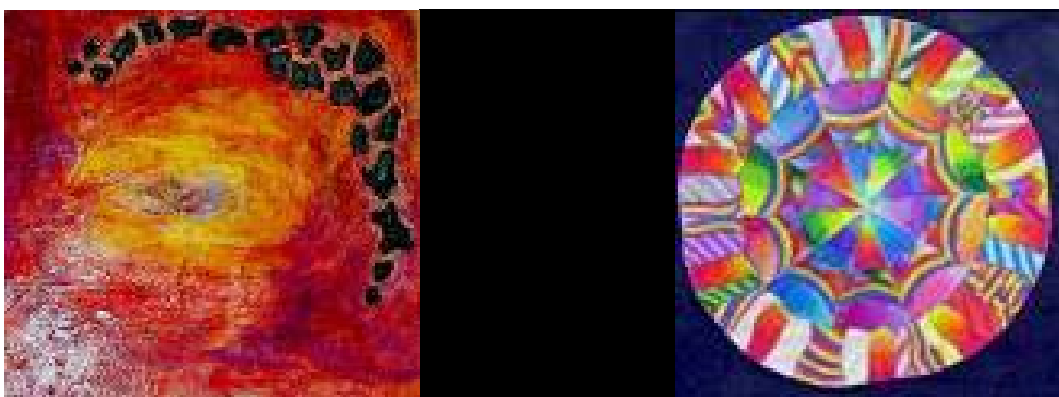
2. VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS A MŰVÉSZETEKBEN

Mivel a szűkebb szakterületem a valószínűségszámítás és annak oktatása, így felmerült bennem a kérdés, hogy van-e olyan területe ennek a szép témának, mely esetleg a művészeket is megihlette. A kérdés már csak azért is fontos számomra, mert nem matematikus hallgatókat oktatok, így a motiválásuk, a téma iránti érdeklődésük felkeltése, szinten tartása nem egyszerű feladat. Ha néhány érdekes és szép szemléltetést tudom adni az egyes területeknek, azzal talán a hallgatói érdeklődés is növelhető. Mint már említettem főleg a modern művészet alkalmas a valószínűségszámítás eredményeinek kiaknázására. Ez már csak azért is szerencsés, mivel a hallgatók fiatalok, akikhez talán közelebb áll ez a terület. Abból a célból, hogy minél több hallgatót megérinthessen a téma szépsége, megpróbáltam minél több művészeti ágból példákat gyűjteni. Ezekből szeretnék most néhányat bemutatni.

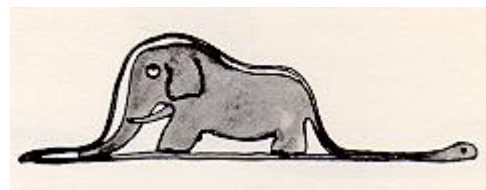
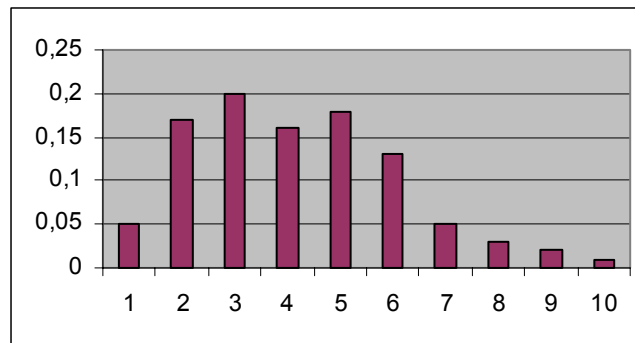
2.1. VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS A KÉPZŐMŰVÉSZETBEN

Mint az közismert a szerencsejátékok vizsgálatával született meg a valószínűségszámítás. Az ókor harcosai előszeretettel játszottak különböző állati csontokból készült kockákkal. Ezek megjelennek a különböző művészeti alkotásokon is. Pl. A főiskolai előadásokon is sokszor szerepel a kocka- vagy érme dobással, illetve kártyalapok húzásával kapcsolatos problémák vizsgálata. Így rögtön a bevezető előadásokon lehetőség van szebbnél szebb, művészi kivitelű kockák (nemcsak hat oldalú!), érmék, kártyalapok bemutatására.

Sok művészt megihlet a sorsszerűség vagy véletlen problematikája. A következő két kép is nagyon jól kifejezi a művészek valószínűséggel kapcsolatos kavargó gondolatait. Mindkét mű illusztráció valószínűségszámítással foglalkozó könyvek címlapján.



Amikor eljutunk az eloszlások tárgyalásához, újabb alkalom nyílik a művészetet segítségül hívni. Nézzük például a következő eloszlást. Akit valaha megragadott a Kisherceg története, annak nem kell nagy fantázia ahhoz, hogy az elefántot nyelt óriáskígyó képe jusson róla eszébe.



Majd amikor eljutunk a normális eloszlás tárgyalásához, csodálatos harangokkal szemléltethetjük a görbe elnevezésének jogosságát. (harang-görbe)

2.2 ZENE, TÁNC

Bármilyen furcsa és számomra is meglepő volt a tánc területéről is találtam, ráadásul csodálatos hazai példát a véletlen szemléltetésére. A Véletlen egy ragyogó egyetemi előadás és egy ragyogó táncjáték intarziája. A produkció tulajdonképpen kísérlet a matematikai véletlen táncszínházi ábrázolására. A táncos-koreográfus Szabó Réka elvégezte az ELTE matematika-számítástechnika szakát és tanít a Műegyetemen. Már régóta foglalkoztatta a matematika és a tánc közös színpadi megjelenítésének lehetősége. A két terület „közös nevezője” a véletlen lesz produkciójában.

2.3 IRODALOM

A véletlen az élet valamennyi területén jelen van, ezt nap mint nap érzékeljük. C.S. Peirce már 1893.-ban Válasz a szükségszerűség híveinek című művében így ír erről: „A véletlen beszivárog az érzékelés minden útján: minden dolgok közül ez a legszembeötlőbb. A legnyilvánvalóbb szellemi meglátásunk az, hogy a véletlen abszolút. Hogy létező, élő és tudatos – ezt még a racionalitás unalmas önképének is aligha van mersze tagadni.” Charles Babbage pedig 1832.-ben a valószínűségszámításról írja: „Pillanatnyilag a legszükségesebb, kollektív erőfeszítéseket igénylő tudomány, amely a legtöbb hasznot fogja hozni ... az, amelyet úgy kellene nevezni, hogy 'A természet és a művészet állandói'.”

A véletlen nagyon sok író és költőt megihletett. Francois Villon például így ír Ellentétek című versében (Szabó Lőrinc fordítása):

„Nem biztos csak a kétes a szememnek,
s ami világos, mint a nap: titok;
hiszek a véletlennek, hirtelennek,
s gyanúm az igaz körül sompolyog;”

Hazai költőink közül említhetjük például József Attilát, aki Töredék című versében írja: „Ahol a szabadság a rend, mindig érzem a végtelent.” Thomas Mann a következőt írja a matematikai statisztikáról: „Születése rendetlen volt, azért szerette szenvedélyesen a rendet.”

Pascal Gondolatok című művében szintén a valószínűségszámítást hívja segítségül Isten létének bizonyítására. A 233.§-ban így ír: „Vizsgáljuk hát meg ezt a kérdést, és állapítsuk meg: „Vagy van Isten, vagy nincs.” ... E végtelen távolság legvégén szerencsejáték folyik, s az eredmény fej vagy irás lesz. Melyikre fogad maga? Mérlegeljük, mit nyerhet vagy veszíthet, ha fejre vagyis arra fogad, hogy van Isten. Értékeljük ezt a két eshetőséget: ha nyer, mindent megnyer, ha veszít, semmit sem veszít. Így ez már nem is fogadás: ahol a végtelen forog kockán, és nem áll szemben végtelen számú veszítési esély a nyerési eséllyel, nincs helye a mérlegelésnek, mindent fel kell tennünk.” Miről is van szó az okfejtésben? Mire érdemes fogadni: van Isten vagy nincs? Nézzük a lehetséges eseteket:

	1. fogadás: van Isten	2. fogadás: nincs Isten
Lehetséges esetek:	tényleg van Isten, ekkor a nyereség végtelen (üdvösség) nincs Isten: véges veszteség (tévedésben élek)	tényleg nincs Isten: véges nyereség (élvhajhászat) mégis van Isten: végtelen veszteség (kárhozat)
	Végtelen nyereség és véges veszteség!!!	Véges nyereség és végtelen veszteség!

A végkövetkeztetés tehát: *a bolondnak is megéri Isten létére fogadni.*

A valószínűségszámítás területéről a legjelentősebb irodalmi alkotást úgy gondolom, hogy a hazai valószínűségszámítási iskola megteremtője, Rényi Alfréd hozta létre Levelek a valószínűségről című alkotásával. Tudománytörténeti tény, hogy Pascal és Fermat komoly levelezést folytatott különböző valószínűségszámítási problémák tárgyalásában. Rényi tollából, mintha ez a levelezés folytatódna 300 év után, a két tudós szájába (illetve tollába) adva saját gondolatait erről az izgalmas és viszonylag fiatal matematikai területről. Rényinek több ismeretterjesztő munkája is irodalmi szinten is kiválóan megírva tárgyalja a matematika főbb kérdéseit, világhoz, művészetekhez való viszonyát. Ilyen például a Dialógusok a matematikáról vagy az Ars Mathematica.



Ezen munka zárásaként idézzünk hát tőle néhány gondolatot, melyből a matematika és művészetek szoros kapcsolatának az igazolása is kitűnik: „A matematika bizonyos tekintetben mindig is az összekötő kapocs szerepét játszotta a különböző tudományok, valamint a tudomány és a művészet között. Meggyőződésem, hogy e tekintetben a matematikára a jövőben még fokozottabb szerep vár. A kibernetika és az információelmélet nagy sikerei remélni engedik, hogy a matematika már a legközelebbi jövőben az eddiginél is jóval fokozottabb mértékben fogja tudni ezt a hivatását is betölteni. A tudományok körében a matematikát erre a szerepre elvont jellege teszi alkalmassá, hiszen eredményei éppen absztrakt voltuknál fogva alkalmazhatók egyidejűleg az élettelen és az élő természet, a társadalom és a gondolkodás szinte minden területén.”

IRODALOMJEGYZÉK

1. Csermely Péter: A rejtett hálózatok ereje, Vince Kiadó, 2005
2. Hargittai István – Hargittai Magdolna: Szimmetriák a felfedezésben, Vince Kiadó, 2003
3. Philip J. Davis Reuben Hersh: A matematika élménye Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984
4. D. Hilbert – S. Cohn-Vossen: Szemléletes geometria, Gondolat, Budapest, 1982
5. Rényi Alfréd: A kultúra egységéről, matematikus szemmel, Valóság 1963
6. B.L. van der Waerden: Egy tudomány ébredése, Gondolat, Budapest, 1977
7. D. R. Hofstadter Gödel, Escher, Bach, Typotex, Budapest, 1998

ABSTRACT

Art and probability calculus¹. These words together may strike you as strange at first. But everybody knows that mathematics is in everywhere in the world, so it can be in art too. The ancient mathematicians were very good in music, and in the other fields of art. It is evidence that geometry is in the painting and sculpture, but what about the other fields of mathematics. As I teach probability calculus², I try to examine the connection of probability calculus³ and art. In this paper I will show some examples from this relation. Of course the theme is infinite, so I am waiting for any other information from this interesting and picturing field.

¹ A Szerk.

² A Szerk.

³ A Szerk.