

**MOLNÁR BOGLÁRKA<sup>1</sup>**

## **A GÉPJÁRMŰFOGYASZTÁS PARAMETRIKUS BIZONYTALANSÁGA<sup>2</sup>**

*Napjainkban az autós közlekedés az egyik legelterjedtebb közlekedési forma, azonban az aktuális fogyasztás pontos meghatározásánál számolnunk kell valamilyen formájú és mértékű bizonytalansággal, ami pontatlanságot okozhat. Ennek meghatározásához az úgynevezett „tele tank” módszer segítségével egy egyszerű technikai modell állítható fel, melynek bizonytalansági elemzése információt ad a rendszer hibahatáraitól, illetve a modell eredményeinek megfelelő, elfogadható szintjéről. A tanulmány bemutatja egy hétköznapi példán keresztül a technikai rendszerek modellvizsgálatának parametrikus bizonytalanságát.*

### **1. BEVEZETÉS**

A modell szónak több jelentése ismeretes, ebből adódóan a modelleknek különböző szempontok alapján csoportosíthatóak. A mérnöki gyakorlatban a matematikai modell a leggyakrabban alkalmazott modell, amely a tudományos kutatásban megfogalmazott hipotéziseket vagy hipotézis-rendszereket jelent. A modell akkor jó (céljának megfelelő határok között használható), ha úgy viselkedik, mint a modellezni kívánt rendszer, azaz ha a predikciói megegyeznek a tapasztalatokkal. Több irodalomban foglalkoznak a modellek értelmezésével, például Pokorádi [3] könyvében úgy definiálja a modellt, hogy az egy valóságos rendszer egyszerűsített, lényegi tulajdonságokat kiemelő kicsinyített vagy nagyított mása, amely azon másodlagos jellemzőket figyelmen kívül hagyja, amik nem meghatározóak a vizsgálat szempontjából. Modellezésen pedig a vizsgált valóságos rendszer lényegi tulajdonságainak valamilyen formájú leképezését értjük.

A helyes modell felállításánál a rendelkezésre álló pontatlan adatok, bizonytalan információk meggátolhatják a felesleges információk kiszűrését és a pontos értékek meghatározását. Ezért a modellezés tudományában nagyon fontos a bizonytalanságelemzés, ami a modell eredmények hibahatáraitól és a kapott válaszok megfelelő szintjéről ad információt. A vizsgálat során figyelembe kell venni azokat a szempontokat, amik előnyben részesítik (megfelelő pontossággal) a fontos összefüggéseket, paramétereket és elhanyagolják azokat a jellemzőket, amik nem meghatározóak az elemzésben, valamint gátolhatják is a modellezés sikerességét.

Bagyinszki és Bitay szerint a félempirikus (vagy részben empirikus) matematikai modellek

---

<sup>1</sup> Debreceni Egyetem Műszaki Kar. Email: bogi.molnar@gmail.com

<sup>2</sup> Szaklektorált cikk. Leadva: 2009. szeptember 10. Elfogadva: 2009. december 10.

szintén fizikai, mechanikai összefüggéseken alapulnak, de valamilyen mért vagy tapasztalati alapokon nyugvó bizonytalanságot tartalmaznak [1].

A hétköznapi életben is sokszor találkozunk egyszerű modellekkel, amelyek szintén valamilyen mértékű bizonytalansággal bírnak. Ilyen például a gépjárművek üzemanyag fogyasztásának meghatározása az úgynevezett „tele tank” módszerrel. A gyártók közlik a paramétereket minden típusra (például az [5] irodalom), de az üzemanyag fogyasztás meghatározásánál befolyásoló tényezőként léphet fel a környezeti paramétereken túl a tele tankolás „mértéke”, illetve a napi kilométer számláló „pontossága” [2].

Jelen tanulmány a hétköznapi életből kiragadott példát, mint egyszerű modellt vizsgálva mutatja be a parametrikus bizonytalanságot.

A cikk a következő fejezetekből áll: A 2. fejezet a modellezési bizonytalanság értelmezését, azon belül a technikai rendszer parametrikus bizonytalanság elemzési módjait tárgyalja röviden. A 3. fejezetben kerül bemutatásra a bizonytalanságelemzés a „tele tank” módszer példáján keresztül.

## 2. A MODELLEZÉS BIZONYTALANSÁGA

A matematikai modellezés fő feladata a valós fizikai rendszerben lejátszódó folyamatok, jelenségek a lehető legpontosabb modelljeinek felállítása, de a modell felállításakor, valamint a kapott eredmények értékelésénél és elemzésénél számolnunk kell valamilyen fajtájú és mértékű bizonytalansággal, ami pontatlanságot eredményezhet.

Pokorádi [4] szerint a mérnöki gyakorlatban gyakran nem kellően megbízható, vagy megfelelően pontos a rendelkezésre álló információ. Ez azon okokkal magyarázható, hogy leggyakrabban pontatlan és félreérthető adatokkal kell dolgoznunk, amik megfigyelések, tervek, mérések alapján kapunk meg. Ezekhez csatlakozhatnak még olyan befolyásoló tényezők, amik még jobban ronthatják a rendelkezésre álló adatok pontatlanságát, megbízhatóságát. Ilyen tényező például a környezet paramétereinek sztochasztikus változása is. Bizonytalanságnak ezen jelenségek összegzését értjük, osztályozása parametrikus („aleatory uncertainty”, illetve „parameter uncertainty”) és ismereti („epistemic”) bizonytalanságot különböztet meg, annak forrása alapján. Ez a csoportosítás szétválasztja a redukálható-, és a nem redukálható bizonytalanságot, mivel az első a paraméteringadozáshoz, utóbbi pedig az ismereti bizonytalansághoz köthető.

A parametrikus bizonytalanság az objektívként fogható fel, míg az ismereti bizonytalanság leginkább a szubjektivitáshoz köthető, ami olyan okok sorozataként jelenhet meg, amik akadályozhatják a helyes modell meghatározását. Ilyen ok például az információhiány. Ezeket összegezve megállapítható az a következtetés, hogy a parametrikus bizonytalanság modellezhető és elemezhető a megfelelő módszerekkel. A tudományos kutatásban kétféle módon végezhető el a parametrikus bizonytalanság elemzése (1. ábra).

Az egyik alapvető módszer az, hogy a gerjesztések bizonytalanságainak következtében fellépő rendszerválaszokat intervallum értékekkel határozzuk meg. Ez a mód figyelembe veszi azt, hogy a paraméterek bizonyos intervallumon belül találhatóak, nem egy adott diszkrét értéket határoznak meg.

A másik eljárás valamilyen valószínűségi eloszlást rendel a környezet gerjesztéseinek minden eleméhez. Gyakoribb esetben minden alternatíva következményeinek megoszlását megtudhatjuk,

ha ismertek az adatok valószínűségi eloszlásai, de ha a lehetséges rendszerválaszoknál szubjektív valószínűségekkel találkozunk, akkor ezeket a valószínűségi értékeket intervallumokként adjuk meg. Ezek a vizsgált folyamat vagy rendszer kvalitatív tulajdonságainak a valószínűségi eloszlását jelenti.



1. ábra Bizonytalanságelemzési módok (forrás: [3])

Azoknál az elemzéseknél, amelyeknél az alkalmazott modellek nem mindegyike determinisztikus, a valószínűségi számítások valószínűségi bizonytalanságelemzéshez, az eredő elemzés pedig egy úgynevezett másodrendű valószínűségi becsléshez vezet.

A valószínűségi számításokhoz alkalmazhatunk korlátozási megközelítést is, melynek eredménye a valószínűségi eloszlások intervallum típusa. Ezt az eljárást valószínűségi korlátelelemzésnek (PBA – Probability Bounds Analysis) nevezzük.

### 3. PARAMETRIKUS BIZONYTALANSÁGELEMZÉS A KONKRÉT PÉLDÁN KERESZTÜL

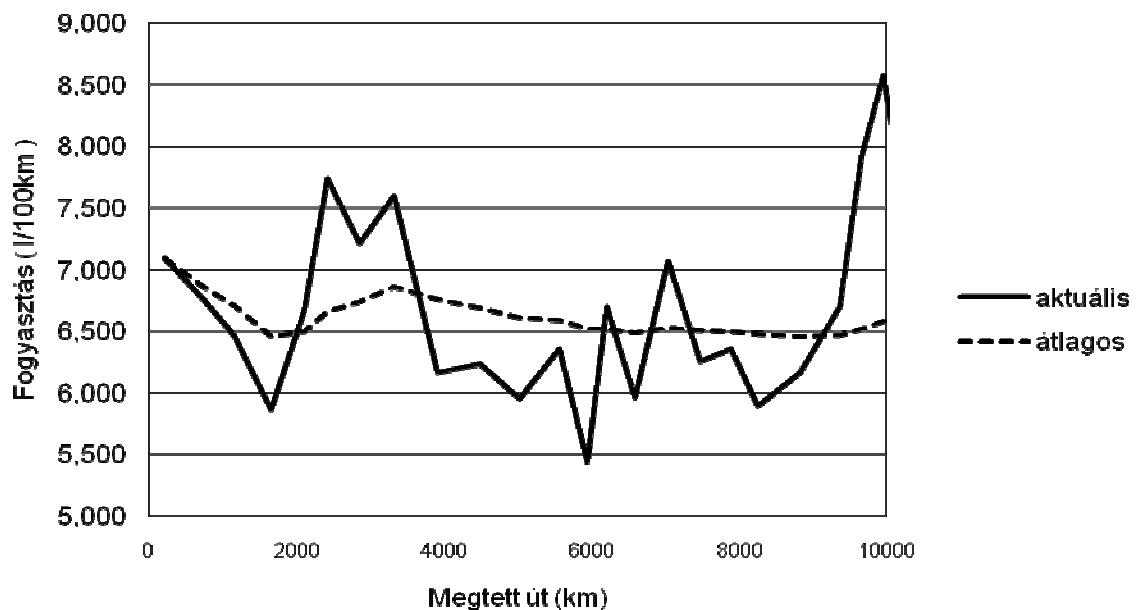
A hétköznapi életben is sokszor találkozunk egyszerű modellekkel, amelyek szintén valamilyen mértékű bizonytalansággal bírnak. Ilyen például a gépjárművek üzemanyag fogyasztásának vizsgálata. A gyártók közlik a paramétereket minden típusra (például [1] irodalom), de az üzemanyag fogyasztás meghatározásánál befolyásoló tényezőként léphet fel a környezeti paramétereken túl a tele tankolás „mértéke”, illetve a napi kilométer számláló „pontossága”.

Manapság kevés embernek ismeretlen az a tankolási módszer, melynek lényeg az, hogy minden egyes üzemanyag feltöltésnél teletankoljuk az autót, majd a „napi” kilométeróra nullázásával le tudjuk mérni a megtett kilométereket, és ki tudjuk számítani az aktuális fogyasztást is. Ezt a módszert nevezzük röviden „tele tank” módszernek. Felmerült bennünk a kérdés, amivel a módszer megbízhatóságát és pontosságát vontuk kérdőre: Mennyire adhat ez pontos értéket? Az evidens, hogy a fogyasztás mértéke több befolyásoló tényezőtől függ, de megvizsgálva a helyzetet műszaki szempontból, más keltette fel a figyelmet. A kérdésben felmerült problémát elemezve méréseket végeztünk, aminek a lényege az volt, hogy egy általános helyzetet felállítva, minden mérési adat pontos felvételével és feldolgozásával megvizsgáltuk ezt a szituációt.

Ez a következőképpen történt: egy újonnan, szalonból kihozott autón végeztük a méréseket, melyek abból álltak, hogy minden egyes üzemanyag feltöltés előtt felvettük az adatokat, majd teletankoltuk az autót, a napi kilométer-számlálót nulláztuk. A töltés és a napi futott kilométer

alapján határoztuk meg gépkocsi aktuális fogyasztását, és újraindult a mérés. Az aktuális fogyasztások eredményeinek felhasználásával — a töltött üzemanyag és a futott aktuális kilométerek összegei alapján — határoztuk meg az átlagos fogyasztást. Azonban ezt a példát vizsgálva két bizonytalansági probléma merült fel. Az egyik a kilométeróra (összes — napi) számlálóinak pontatlansága, a másik az, hogy nem tankolunk mindig tele, ez pedig töltési pontatlansághoz vezet.

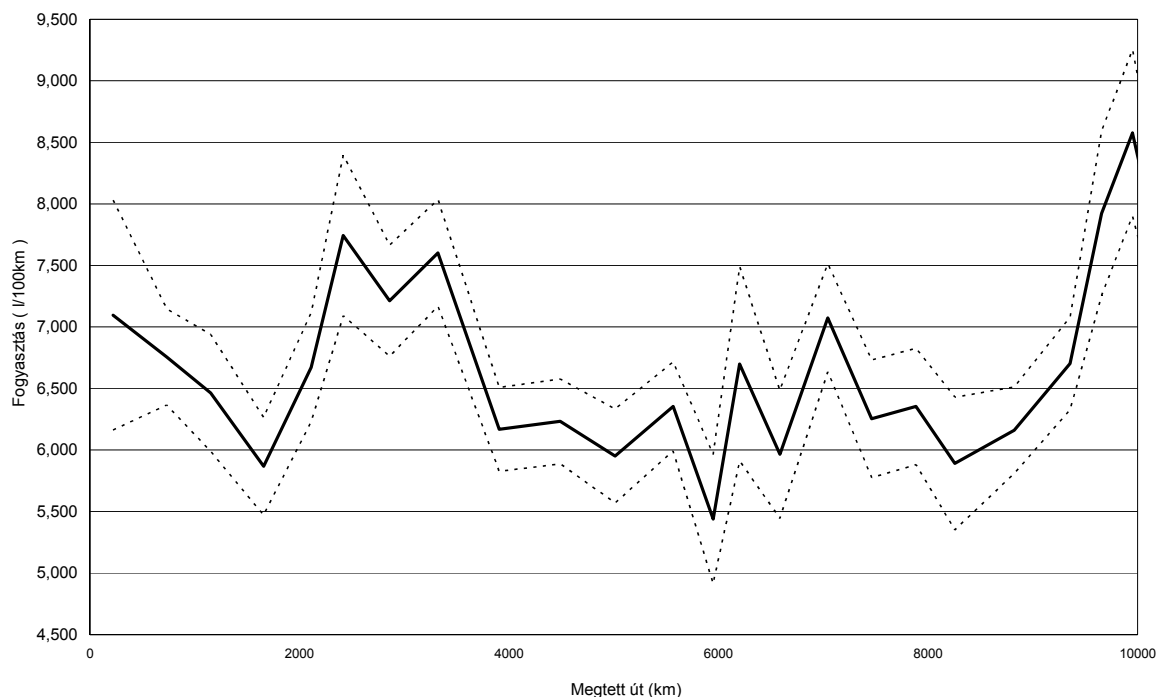
A 2. ábra mutatja a mérések eredményeit. Jól látható, hogy míg az aktuális fogyasztás nagy differenciákat mutat, addig az összfogyasztás görbéje csak a kezdeti szakaszban mutat nagyobb eltéréseket, majd egyre csökkenő amplitúdójú függvényt jellemez, ami egy közelítő intervallumon belül halad.



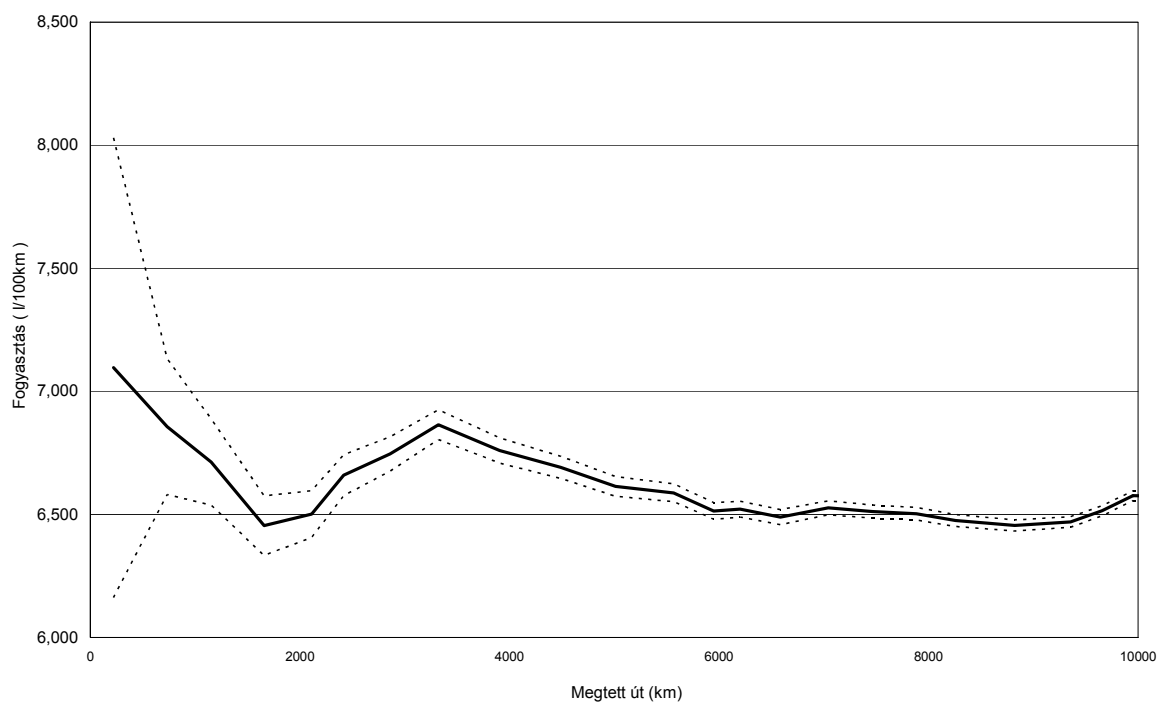
2. ábra Fogyasztások változása a futott kilométerek függvényében

A mérések során differenciák adódtak abból, hogy minden tankolásnál jelentkezett egy eltérés a kilométeróra számláló értékeinek összegei és az összfutott kilométerek között. Az értékek közötti különbségek eleinte kisebb mértékűek voltak, de a futott kilométerek és a tankolások számának növekedésével nőttek ezek az eltérések, míg közel 10000 futott kilométernél körülbelül 0,022%-os abszolút eltérés volt jelen. Ez az eltérés 2,2 kilométert jelent esetünkben. Mivel magyarázható ez az eltérés? Ez a rendszer parametrikus bizonytalanságával magyarázható, ugyanis a „tele tank” módszeres modellezés két bizonytalansági forrásra vezethető vissza. Az egyik az, hogy a digitális napi számláló tized kilométerenként vált és a digitális jelek tizedes jel utáni értékeit nullázáskor eldobja. Vizsgálataink során az ebből származó bizonytalanság olyan kismértékű, hogy grafikonon való ábrázolásától jelen tanulmányban eltekintünk.

A másik bizonytalansági forrás a már említett töltési pontatlanságból adódik. Ez azzal magyarázható, hogy annak ellenére, hogy a műszer tele tankot jelez, nem feltétlen töltjük mindig tele, ezért méréseinknél és számításainknál hozzávetőlegesen a  $\pm 2$  liter bizonytalanságot tételeztük fel. Ezen feltételezés alapján meghatároztuk az aktuális fogyasztások bizonytalanságát, mely eredményeket a 3. ábra szemléltet.



3. ábra Az aktuális fogyasztások bizonytalansága



4. ábra Az átlagfogyasztás bizonytalansága

Hasonló megfontolás alapján vettük fel a 4. ábrát, ami az átlagfogyasztás bizonytalansági sávját mutatja. Látható, hogy a futott kilométerek növekedésével a bizonytalansági sáv csökken. Mindegy igazolva az „egy mérés nem mérés” elvet.

A 3. és 4. ábra grafikonjainak kezdeti keresztmetszete megegyezik — a 4. ábrán nagyobb felbontású grafikon látható.

Az eltérések a kutas „hangulatától” is függ, valamint attól is, hogy hányan és milyen helyzetben ülnek az autóban, ugyanis sok tényező befolyásolja a gépjármű és így az üzemanyagtartály térbeli helyzetét, ezzel együtt a tankban az üzemanyag szintjét. Ennek következtében a kijelző tele tankot mutathat, ami nem feltétlen pontos értéket jelent.

Ezekon kívül a tankolások száma és gyakorisága — a két tankolás közti futott kilométer — is befolyásoló tényezőként merülhet fel a fogyasztások bizonytalanságának elemzésénél.

## ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk bemutatta a gépjármű fogyasztásának néhány konkrét bizonytalansági forrását, részletesen elemezve a kilométeróra számlálóinak pontosságának kérdését, valamint az aktuális és az átlagfogyasztás bizonytalanságát.

Az integrált technikai rendszerek tervezésekor fontos és alapvető szempont a berendezések vagy az alkatrészek megengedhető paraméter-eltérései, gyártási tűréseinek meghatározása. Ezeknek a helytelen meghatározása több problémát is jelenthet a rendszer működésében, ezért a rendszert, mint technikai modellt elemezni kell hatékonyságának és használhatóságának érdekében.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] BAGYINSZKI GYULA – BITAY ENIKŐ: Bevezetés az anyagtechnológiák informatikájába, Erdélyi Múzeum- Egyesület, Kolozsvár, pp. 213. (ISBN 973-8231-66-3)
- [2] MOLNÁR BOGLÁRKA: Gépjármű fogyasztás meghatározásának bizonytalansága — A futott kilométerek kérdése, Műszaki Tudomány az Észak-Alföldi Régióban 2009., p. 179–184. (ISBN 978-963-7064-21-0)
- [3] POKORÁDI, LÁSZLÓ: Rendszerek és folyamatok modellezése, Campus Kiadó, Debrecen, pp.242. (ISBN 978-963-9822-06-1)
- [4] POKORÁDI, LÁSZLÓ: Determinisztikus Matematikai Modell Parametrikus bizonytalanságának elemzése 14th „Building Services, Mechanical and Building Industry Days” International Conference.
- [5] Swift. Suzuki Swift Műszaki Adatok, <http://www.suzukitafak.hu/swift-muszaki.html>

## PARAMETER UNCERTAINTY OF AUTOMOBILE FUEL CONSUMPTION

*Nowadays, travelling by car is one of the most widespread ways of transportation. For precise determination of the current fuel consumption, however, uncertainties of different kind must be taken into account, which may lead to errors of determination. Using the “full tank” method, a simple model could be set up to retrieve information both on the error limits of a system and the acceptable levels of the model results by uncertainty analysis. In this paper, the parametric uncertainties of technical systems are described via the model analysis of a casual example.*